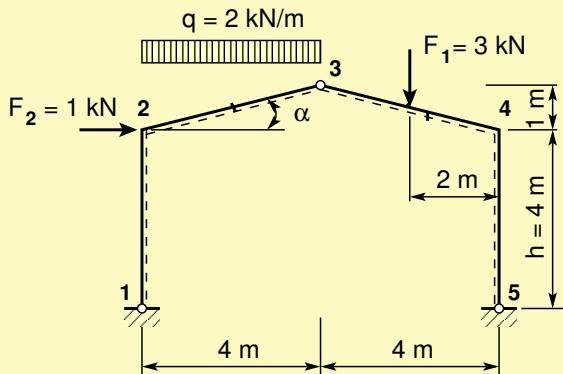


# Ehitusmehaanika. EST meetod

## Kolme liigendiga raam



Andres Lahe  
Mehaanikainstituut  
Tallinna Tehnikaülikool

Tallinn 2010



See töö on litsentsi all Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported

Täis

◀

▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

# Sisukord

1	Ülesanne	4
2	Sissejuhatus	6
3	Raami põhivõrrandid	14
4	Raami sõlmede tasakaal	18
5	Raami toe- ja kõrvaltingimused	24
6	Raami tooreaktsioonid	29
7	Raami staatikaline kontroll	32
8	Raami paindemomendi epüür	33
9	Raami põikjõu epüür	34

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

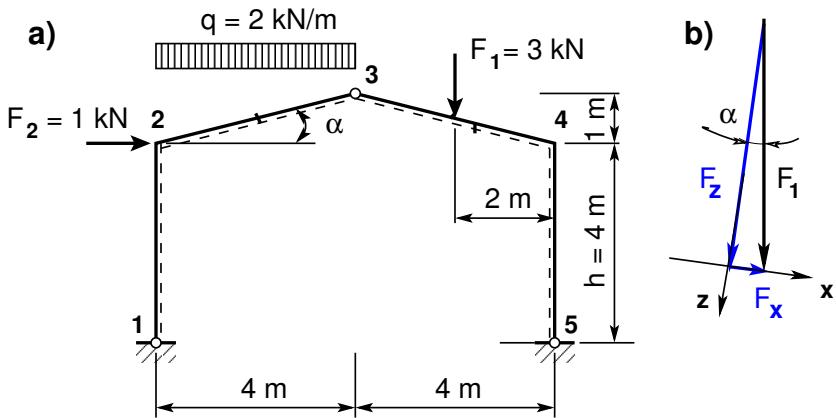
Sulge

Lõpetta

10 Raami normaaljõu epüür	35
11 Viited	36

# Ülesanne

Koostada joonisel 1 näidatud staatikaga määratud raami paindemoni mendi, põijkjõu ja pikijõu epüürid EST meetodiga.



Joonis 1. Kolme liigendiga raam

Teisendame jaotatud koormuse  $q$  koormuseks  $q_k$  kaldu oleva varda pikusele  $l_2$  (1). Lahutame koormuse  $q_k$  komponentideks ( $q_x$  – projektsioon

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

kohalikule teljele x ja  $q_z$  – projektsioon kohalikule teljele z) ja laseme arvutada arvutil, siis saame suurema täpsuse.

$$\begin{aligned} q_x &= -q_k * \sin \alpha, & \text{kus } \sin \alpha &= 1.0/l_2 \\ q_z &= q_k * \cos \alpha, & \text{kus } \cos \alpha &= 4.0/l_2 \\ q_k &= q * 4.0/l_2, & \text{kus } l_2 &= \sqrt{4^2 + 1.0^2} \end{aligned} \quad (1)$$

Koormuse  $F_1$  (vt joonis 1 b)) lahutame komponentideks ( $F_x$  – projektsioon kohalikule teljele x ja  $F_z$  – projektsioon kohalikule teljele z) ja laseme arvutada arvutil, siis saame suurema täpsuse. Ka jõu  $F$  rakenduspunkti kauguse laseme arvutada arvutil kohalikus teljestikus. Avaldisega (2) on toodud jõu  $F$  projektsionid kohalikus teljestikus. (vt joonis 5).

$$\begin{aligned} F_x &= F_1 * \sin \alpha, & \text{kus } \sin \alpha &= 1.0/l_2 \\ F_z &= F_1 * \cos \alpha, & \text{kus } \cos \alpha &= 4.0/l_2 \\ aF &= l_3/2, & \text{kus } l_3 &= \sqrt{4^2 + 1.0^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

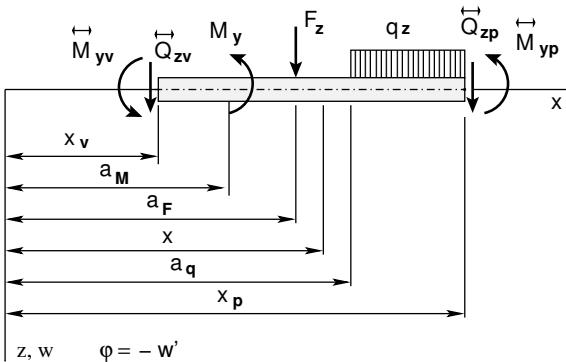
Edasi

Sulge

Lõpetta

# Sissejuhatus

Joonisel 2 on näidatud varda jõudude ja siirete positiivsed suunad vastavalt teisele märgikokkulekkele



Joonis 2. Universaalvõrrand

$$\begin{aligned}
 w_p &= w_v - (\varphi_y)_v x + \frac{1}{EI_y} \sum \mathcal{M}_y \frac{(x_p - a_M)_+^2}{2!} + \\
 &+ \frac{1}{EI_y} \sum F_z \frac{(x_p - a_F)_+^3}{3!} + \frac{1}{EI_y} \sum q_z \frac{(x_p - a_q)_+^4}{4!} \tag{3}
 \end{aligned}$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

Elastse joone universaalvõrrandis (3) on järgmised tähistused:

$EI_y$  – varda ristlõike jäikus,

$\mathcal{M}_y$  – momentkoormus,

$F_z$  – koondatud jõud,

$q_z$  – ühtlaselt jaotatud koormus

Võtame avaldisest (3) tuletised ja võtame kasutusele tähistused (4)

$$w_0 = w_0, \quad w'_0 = -\varphi_0, \quad w''_0 = -\frac{M_y}{EI}, \quad w'''_0 = -\frac{Q_z}{EI} \quad (4)$$

Kirjutame saadud võrrandid välja maatriks kujul (5)

$$\mathbf{Z}_p = \mathbf{U}\mathbf{Z}_v + \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (5)$$

kus  $\mathbf{Z}_p$ ,  $\mathbf{Z}_v$  on tala lõpus ja alguses olevad siirded ning sisejõud (6)

$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} w \\ \varphi_y \\ \dots \\ Q_z \\ M_y \end{bmatrix}_p, \quad \mathbf{Z}_v = \begin{bmatrix} w \\ \varphi_y \\ \dots \\ Q_z \\ M_y \end{bmatrix}_v, \quad (6)$$

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

**U – ülekandemaatriks (7)**

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & -(x_p - x_v) & \vdots & \frac{(x_p - x_v)}{GA_Q} - \frac{(x_p - x_v)^3}{6EI_y} & -\frac{(x_p - x_v)^2}{2EI_y} \\ 0 & 1 & \vdots & \frac{(x_p - x_v)^2}{2EI_y} & \frac{(x_p - x_v)}{EI_y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & (x_p - x_v) & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$  – koormusvektor.

Eemaldame võrranditest (5) siirded ja lisame võrranditele (5) pikijõudu  $N_L$ ,  $N_L$  (vt joonist 3) arvestavad liikmed, ning esitame võrrandid kujul (8).

Täis

◀◀

▶▶

◀

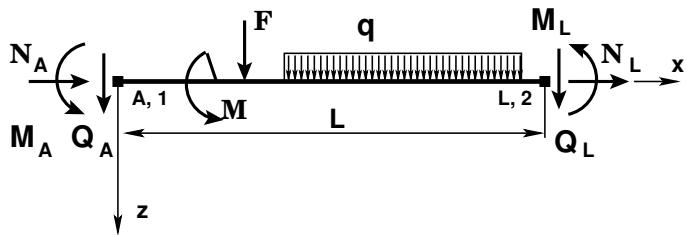
▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta



Joonis 3. Varda jõudude ja siirete positiivsed suunad

Nimetame võrrandeid (8) *varda põhivõrranditeks*.

$$\mathbf{I} * \mathbf{Z}_L - \mathbf{U} \mathbf{Z}_A = \overset{\circ}{\mathbf{Z}}, \quad (8)$$

ehk

$$\widehat{\mathbf{I}} \widehat{\mathbf{U}} * \widehat{\mathbf{Z}} = \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (9)$$

kus  $\mathbf{I}$  on (3x3) ühikmaatriks,  $\widehat{\mathbf{I}} \widehat{\mathbf{U}}$  (3x6) maatriks, mida saab arvutada GNU Octave funktsiooniga `yspSlvfmhvI.m`,  
 $\widehat{\mathbf{Z}}$  (10) koosneb varda lõpus ja alguses olevatest kontaktjõududest.

$$\widehat{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_L \\ \mathbf{Z}_A \end{bmatrix}, \quad (10)$$

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

siin  $\mathbf{Z}_L$ ,  $\mathbf{Z}_A$  – varda lõpus ja alguses olevad kontaktjõud. (11)

$$\mathbf{Z}_L = \begin{bmatrix} N_L \\ Q_L \\ M_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_A = \begin{bmatrix} N_A \\ Q_A \\ M_A \end{bmatrix}, \quad (11)$$

kus  $U$  on ülekandemaatriks (12)

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -x & -1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Koormusvektor  $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$  ühtlaselt jaotatud koormuse q (projektsioonid  $q_x$  ja  $q_z$  puhul on (13),

$$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_q = \begin{bmatrix} -q_x * x \\ -q_z * x \\ -q_z * x^2 / 2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetab

Koormusvektor  $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$  koondatud jõu korral (14)

$$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} -F_x(x - x_a)_+^o \\ -F_z(x - x_a)_+^o \\ -F_z * (x - x_a)_+ \end{bmatrix} \quad (14)$$

Ülekandemaatriksi (hõreda maatriksina)  $\mathbf{U}$  (12) saame arvutada GNU Octave funktsiooniga `yspSlvfmhvI.m`.

Koormusvektoreid  $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{q}}$ ,  $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{F}}$  saab arvutada GNU Octave funktsioonidega `yzShqz.m`, `yzSfvz.m`

`ESTSKrmus.m` kasutab funktsioone `yzShqz.m`, `yzSfvz.m`.

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

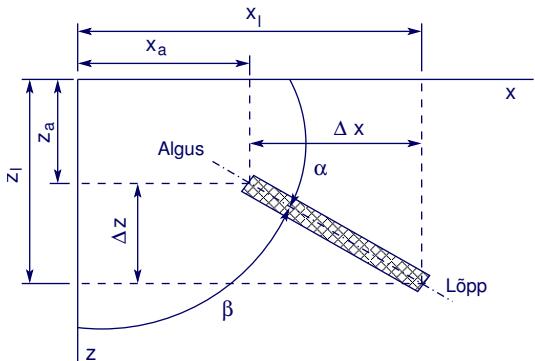
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

Joonisel 4 on näidatud suunakoosinuste arvutamine.



Joonis 4. Varda suunakoosinused

$$\cos \alpha = \frac{\Delta x}{l} \quad \cos \beta = \frac{\Delta z}{l} \quad (15)$$

siin

$$\Delta x = x_L - x_A, \quad \Delta z = z_L - z_A, \quad l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta z)^2} \quad (16)$$

ja  $x_A, z_A, x_L, z_L$  on varda alguse ning lõpu koordinaadid.

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

Teisendusmaatriks  $\mathbf{T}_2$  teisendab vektori kohalikest koordinaatidest üldkoordinaatidesse.

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\cos \beta \\ \cos \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (17)$$

Võtame arvesse pöördenurga, siis on teisendusmaatriks  $\mathbf{T}$  järgmine

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\cos \beta & 0 \\ \cos \beta & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

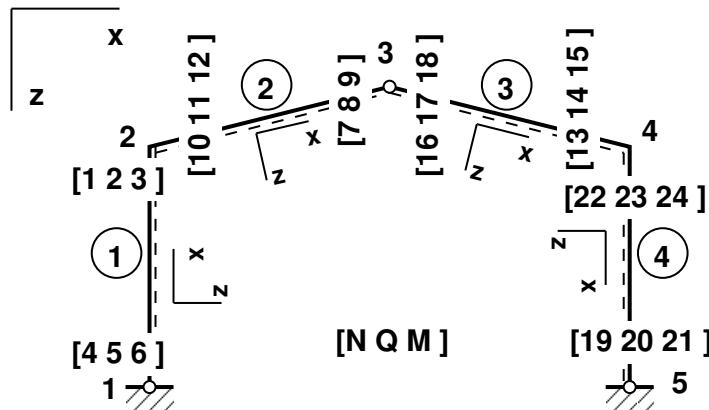
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

# Raami põhivõrandid



Joonis 5. Kolme liigendiga raami tundmatute nummerdus

Raami *põhivõrandite* arv  $n = 3 \cdot n_{elementi} = 3 \cdot 4 = 12$ , milles on  $6 \cdot 4 = 24$  tundmatut.

Võrrandisüsteemi struktuur.

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

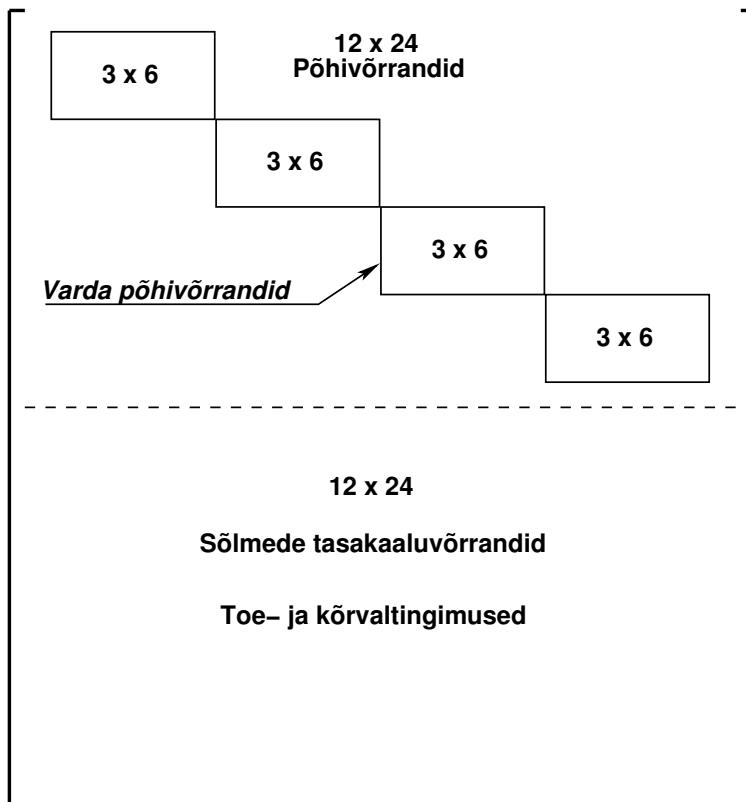
&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta



Joonis 6. Võrrandisüsteemi kordajate struktuur

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

## Programm põhivõrrandite koostamiseks:

```
IIv=0;  
IJv=0;  
%  
for i=1:NEARV  
krda=i;  
Li=lvarras(i,1);  
Fjoud=esFjoud(:,1:3,i);  
qkoormus=esQkoormus(:,1:4,i);  
spvF=yspSlvfmhvI(Li);  
vB=ESTSKrmus(Li,Li,Fjoud,qkoormus);  
IIv=krda*3-2;  
IJv=krda*6-5;  
spA=spInsertBtoA(spA,IIv,IJv,spvF);  
B=InsertBtoA(B,NNK,1,IIv,1,vB,3,1);  
%  
endfor
```

Põhivõrrandite kordajate väljatrükk:

```
spA =
```

```
Compressed Column Sparse (rows = 12, cols = 24, nnz = 28)
```

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

## Element 1

(1, 1) -> 1  
(2, 2) -> 1  
(3, 3) -> 1

(1, 4) -> 1  
(2, 5) -> 1  
(3, 5) -> 4

(3, 6) -> 1

## Element 2

(4, 7) -> 1  
(5, 8) -> 1  
(6, 9) -> 1

(4, 10) -> 1  
(5, 11) -> 1  
(6, 11) -> 4.1231

(6, 12) -> 1

## Element 3

(7, 13) -> 1  
(8, 14) -> 1  
(9, 15) -> 1

(7, 16) -> 1  
(8, 17) -> 1  
(9, 17) -> 4.1231

(9, 18) -> 1

## Element 4

(10, 19) -> 1  
(11, 20) -> 1  
(12, 21) -> 1

(10, 22) -> 1  
(11, 23) -> 1  
(12, 23) -> 4

(12, 24) -> 1

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

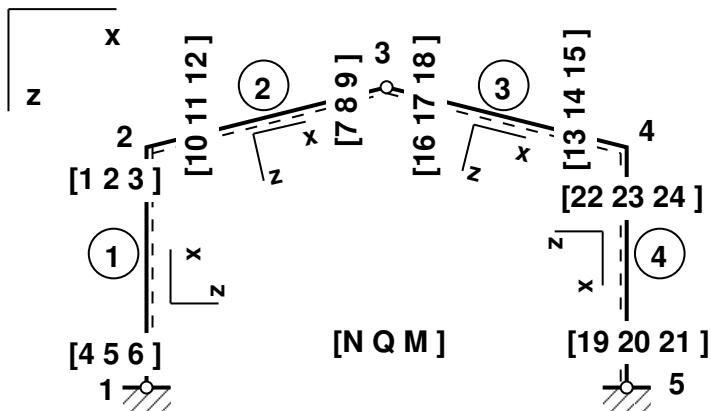
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetab

# Raami sõlmede tasakaal



Joonis 7. Raami sõlmede tasaklaal

Sõlm 2 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 13 \\ 14 \\ 15 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9701 & 0.2425 & 0 \\ -0.2425 & 0.9701 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{10} \\ Z_{11} \\ Z_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m

=====

% Sõlme 2 tasakaaluvõrrandid 13-15

=====

```
spA=spInsertBtoA(spA,13,1,spT1);    spA=spInsertBtoA(spA,13,10,spT2);
B(13:15,1)=s2F(1:3,1);           % sõlme 2 koormus
```

Konstruktsiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükis on need kordajad järgmised:

```
spA =
```

```
Compressed Column Sparse (rows = 15, cols = 12, nnz = 8)
```

(14, 1) -> -1	(13, 2) -> 1	(15, 3) -> 1	(13, 10) -> 0.97014
---------------	--------------	--------------	---------------------

(14, 10) -> -0.24254	(13, 11) -> 0.24254	(14, 11) -> 0.97014	(15, 12) -> 1
----------------------	---------------------	---------------------	---------------

Täis

◀◀

▶▶

◀

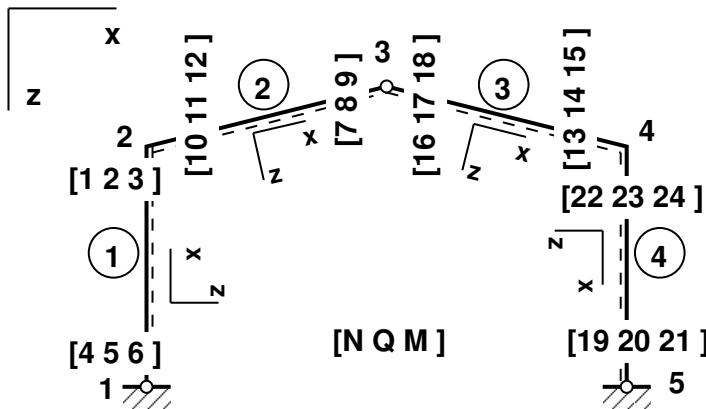
▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 8. Raami sõlmede tasaklaal

Sõlm 3 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 16 \\ 17 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9701 & 0.2425 \\ -0.2425 & 0.9701 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_7 \\ Z_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9701 & -0.2425 \\ 0.2425 & 0.9701 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{16} \\ Z_{17} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m ja spSisestaArv.m

=====

% Sõlmede tasakaaluvõrrandid 16-18

=====

spA=spInsertBtoA(spA,16,7,spT22); spA=spInsertBtoA(spA,16,16,spT32);

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

```
B(16:17,1)=s3F(1:2,1); % sõlme 3 koormus  
spA=spSisestaArv(spA,18,9,1); % kõrvaltingimus sõlmes 3
```

Hiljem lisame veel kõrvaltingimuse sõlmes 3 . Nii, et varraste otstes olevad kõik momendiliigid oleksid kirjeldatud *kõrvaltingimustega*.

Konstruktsiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükis on need kordajad järgmised:

```
spA =
```

Compressed Column Sparse (rows = 17, cols = 17, nnz = 8)

(16, 7) -> 0.97014	(16, 16) -> 0.97014
(17, 7) -> -0.24254	(17, 16) -> 0.24254
(16, 8) -> 0.24254	(16, 17) -> -0.24254
(17, 8) -> 0.97014	(17, 17) -> 0.97014

```
spA =
```

Compressed Column Sparse (rows = 18, cols = 9, nnz = 1)

(18, 9) -> 1
--------------

Täis

◀◀

▶▶

◀

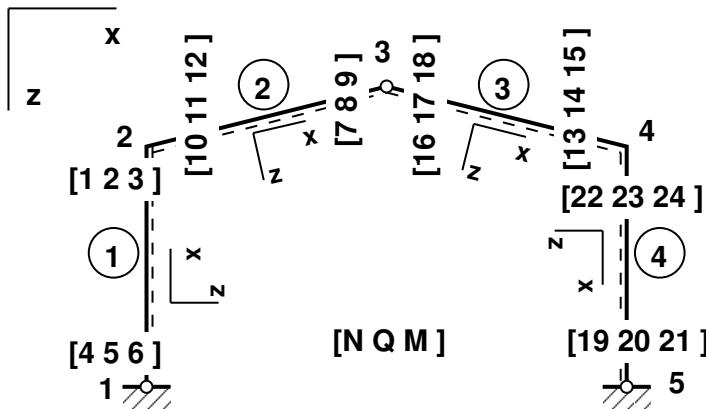
▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta



Joonis 9. Raami sõlmede tasaklaal

Sõlm 4 on tasakaalus

$$\begin{matrix}
 19 & \begin{bmatrix} 0.9701 & -0.2425 & 0 \\ 0.2425 & 0.9701 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{13} \\ Z_{14} \\ Z_{15} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{22} \\ Z_{23} \\ Z_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 20 & \\
 21 & 
 \end{matrix} \quad (21)$$

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetab

```
=====
```

```
% Sõlmede tasakaaluvõrrandid 19 -21
```

```
=====
```

```
spA=spInsertBtoA(spA,19,13,spT3); spA=spInsertBtoA(spA,19,22,spT4);  
B(19:21,1)=s4F(1:3,1); % sõlme 4 koormus
```

Konstruktsiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükis on need kordajad järgmised:

```
spA =
```

```
Compressed Column Sparse (rows = 21, cols = 24, nnz = 8)
```

(19, 13) -> 0.97014	(21, 15) -> 1
(20, 13) -> 0.24254	(20, 22) -> 1
(19, 14) -> -0.24254	(19, 23) -> -1
(20, 14) -> 0.97014	(21, 24) -> 1

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

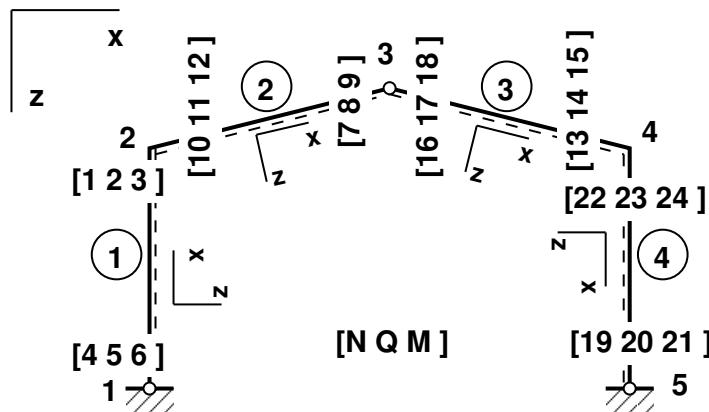
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

# Raami toe- ja kõrvaltingimused



Joonis 10. Raami toeetingimused

Sõlmed 1, 3 ja 5

$$\begin{matrix} 22 \\ 23 \\ 44 \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_6 \\ Z_{18} \\ Z_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni `spSisestaArv.m`

```
=====
% Toe- ja kõrvaltingimused 22-24 % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spSisestaArv(spA,22,6,1);      % sõlmes 1
spA=spSisestaArv(spA,23,18,1);     % sõlmes 3
spA=spSisestaArv(spA,24,21,1);     % sõlmes 5
```

Konstruktsiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükis on need kordajad järgmised:

$\text{spA} =$

Compressed Column Sparse (rows = 24, cols = 21, nnz = 3)

$$\begin{array}{ll} (22, 6) \rightarrow 1 & (24, 21) \rightarrow 1 \\ (23, 18) \rightarrow 1 & \end{array}$$

## Hõreda võrrandisüsteemi (23)

$$\mathbf{spA} * \mathbf{Z} = \mathbf{B} \quad (23)$$

lahendame GNU Octavega järgmise käsuga:

```
Z=spA\B; % Võrrandisüsteemi spA*Z=B lahend
```

Varraste algparameetrid on järgmised:

---

Algparameetrid			
Varda Nr	N	Q	M
<hr/>			
1	6.250	1.600	0.000
2	4.038	-5.433	6.400
3	2.947	1.067	0.000
4	4.750	-2.600	10.400
<hr/>			

Siirded ja sisejõud ristlõikes leiate avaldisega (24)

$$\mathbf{Z}_x = \mathbf{UZ}_A + \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (24)$$

kus  $\mathbf{Z}_x$  on siirded ja kontaktjõud ristlõikes x,  $\mathbf{Z}_A$  – algparameetrid.

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetab

## Väljavõte programmist siirete ja sisejõudude arvutamiseks.

```
% Nmitmeeks=5
for i=1:NEARV
    krda=i;
    vF=zeros(3,6);
    Li=lvarras(i,1);
    Fjoud=esFjoud(:,1:3,i);
    qkoormus=esQkoormus(:,1:4,i);
    xsamm=Li/Nmitmeeks; % varda viendikel sisejõud
    xx=0;
    AP=AlgPar(i,:)';
    for ij=1:Nmitmeeks+1 % 5 - sisejõud ka varda algul
        vvF=ylSfhlin(xx);
        vvB=ESTSKrmus(xx,Li,Fjoud,qkoormus);
        Fvv(:,ij)=vvF*AP+vvB;
        xx=xx+xamm;
    endfor
    ...
% Järgneb väljatrükk
```

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetab

```
VardaNr=i;
disp(sprintf('%16s %2i %17s %8.5f %29s', 'Sisejõud vardas',VardaNr,
varda pikkus on',Li,' varras on jaotatud viieks'))
%
for i=1:3
    disp(sprintf('%10s %8.3f %8.3f %8.3f %8.3f %8.3f',
    suurused(i,:), Fvv(i,1), Fvv(i,2), Fvv(i,3), Fvv(i,4),
    Fvv(i,5), Fvv(i,6)))
endfor
endfor
%
```

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

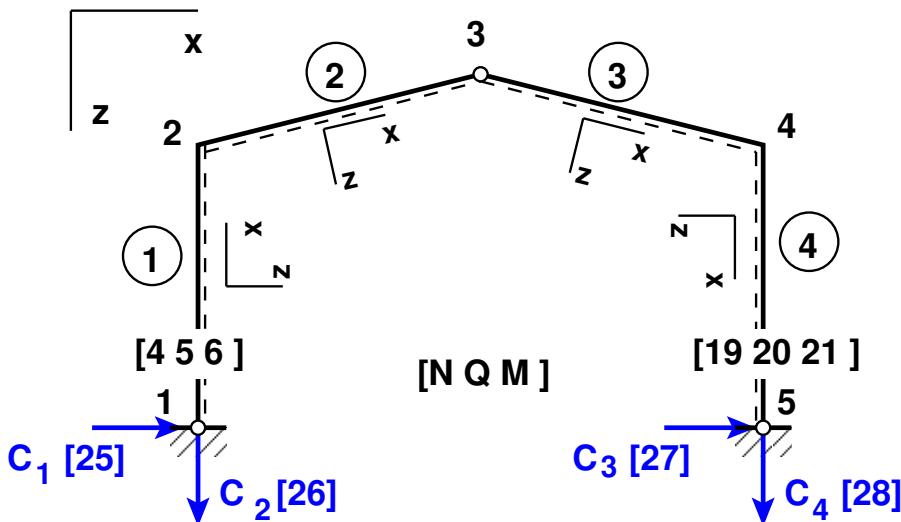
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

# Raami tooreaktsioonid



Joonis 11. Raami tooreaktsioonid

Tooreaktsioonide leidmiseks suurendame vörrandisüsteemi  $Z_{25} - Z_{28}$  ( $C_1 = Z_{25}$ ,  $C_4 = Z_{28}$ ).

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

Sõlm 1 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 25 \\ 26 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_4 \\ Z_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{25} \\ Z_{26} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Sõlm 5 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 27 \\ 28 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{19} \\ Z_{20} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{27} \\ Z_{28} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Arvutiprogrammis kasutame tooreaktsioonide sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m

=====

% Sõlmede 1, 5 tasakaaluvõrrandid 25-28

=====

```
spA=spInsertBtoA(spA,25,4,spT12); spA=spInsertBtoA(spA,25,25,spTY2m);
spA=spInsertBtoA(spA,27,19,spT42); spA=spInsertBtoA(spA,27,27,spTY2m);
```

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Konstruktsiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükis on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 28, cols = 28, nnz = 8)

(26, 4) -> -1	(25, 25) -> -1
(25, 5) -> 1	(26, 26) -> -1
(28, 19) -> 1	(27, 27) -> -1
(27, 20) -> -1	(28, 28) -> -1

Võrrandisüsteemi lahendamisel saame tooreaktsioonide vääritud.

25	1.600e+00	% C1	27	-2.600e+00	% C3
26	-6.250e+00	% C2	28	-4.750e+00	% C4

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

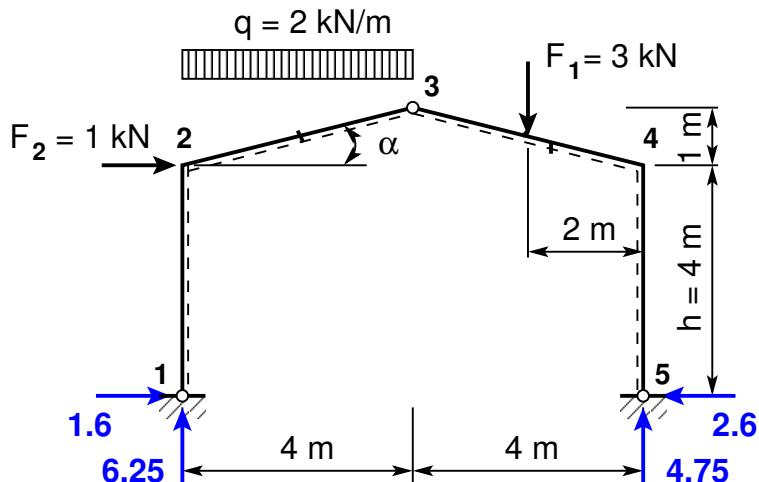
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

# Raami staatikaline kontroll



Joonis 12. Raami staatikaline kontroll

$$\Sigma X = 0; \quad 1.6 + 1.0 - 2.6 = 0$$

$$\Sigma Z = 0; \quad 6.25 + 4.75 - 2 * 4 - 3 = 0$$

(27)

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

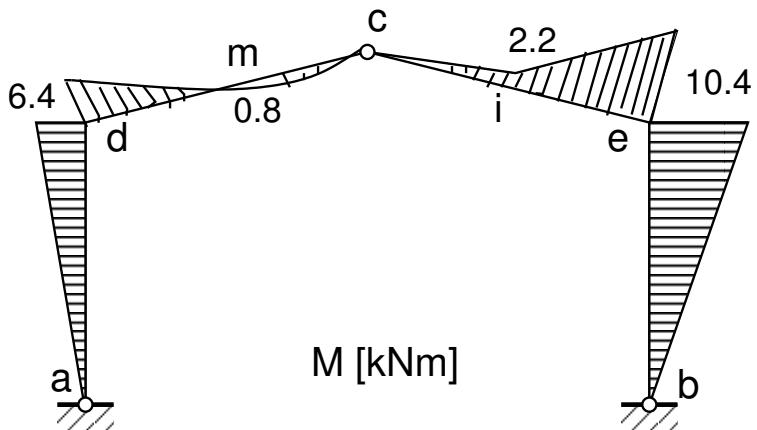
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

# Raami paindemomendi epüür



Joonis 13. Raami paindemoment  $M$

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

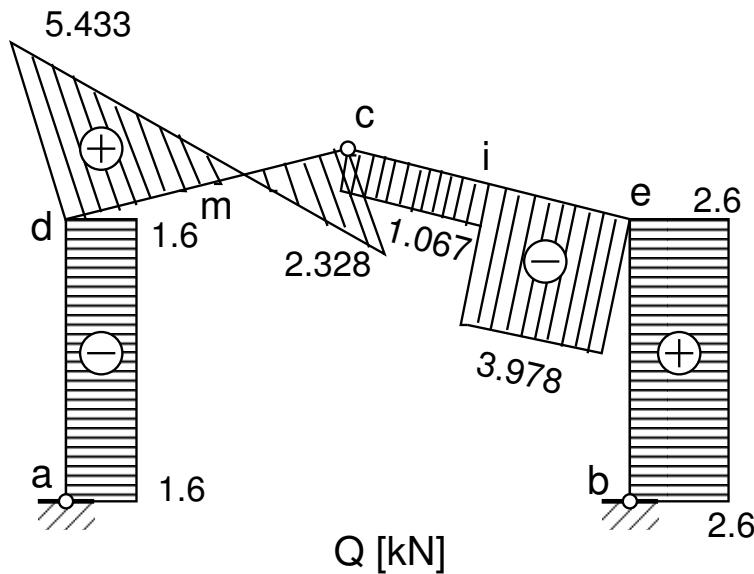
Tagasi

Edasi

Sulge

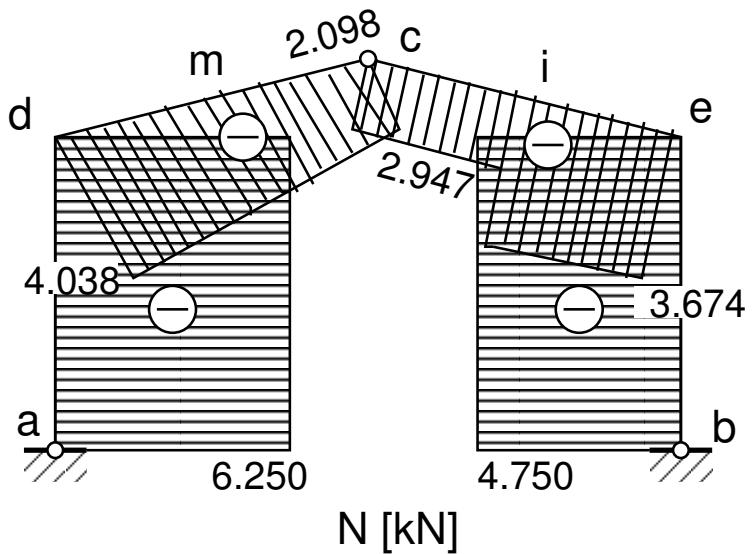
Lõpeta

# Raami põikjõu epüür



Joonis 14. Raami põikjõud  $Q$

# Raami normaaljõu epüür



Joonis 15. Raami normaaljõud  $N$

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

# Viited

## 1. EST meetod:

A. Lahe. The transfer matrix and the boundary element method,  
Proc. Estonian Acad. Sci. Engng., 1997, 3, 1. p. 3–12. <sup>1</sup>

## 2. Raami arvutamise programm EST meetodiga:

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/sp3liigendRaamESTR.m>

Kasutab funktsioone:

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/yspSlvfmhvI.m>  
<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/yspSlfhlin.m>  
<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/yzShqz.m>  
<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/yzSfvz.m>  
<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/ESTSKrmus.m>

---

<sup>1</sup>[http://books.google.ee/books?id=ghco7svk5T4C&pg=PA3&lpg=PA3&dq=Andres+Lahe&source=bl&ots=3SFfo4UCES&sig=\\_XLUez-SfW2FVYGRx8v2LVm16V8&hl=et&ei=YQaFTMeIEoWc00yCyNwP&sa=X&oi=book\\_result&ct=result&resnum=5&ved=OCB0Q6AEwBDgK#v=onepage&q=Andres%20Lahe&f=false](http://books.google.ee/books?id=ghco7svk5T4C&pg=PA3&lpg=PA3&dq=Andres+Lahe&source=bl&ots=3SFfo4UCES&sig=_XLUez-SfW2FVYGRx8v2LVm16V8&hl=et&ei=YQaFTMeIEoWc00yCyNwP&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=5&ved=OCB0Q6AEwBDgK#v=onepage&q=Andres%20Lahe&f=false)

Täis

◀◀

▶▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/spInsertBtoA.m>  
<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/spSisestaArv.m>  
<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/ylSfhlin.m>  
<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammid/InsertBtoA.m>

Täis

&lt;&lt;

&gt;&gt;

&lt;

&gt;

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpetta