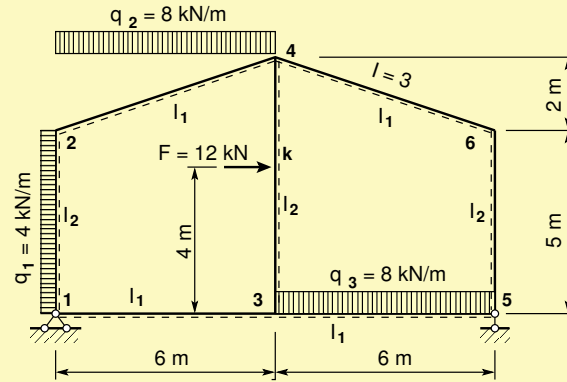


Ehitusmehaanika. EST meetod

Staatikaga määratud raam 77



Andres Lahe
 Mehaanikainstituut
 Tallinna Tehnikaülikool

Tallinn 2010

Sisukord

1	Ülesanne	4
2	Sissejuhatus	6
3	Raami põhivõrrandid	15
4	Varraste siirete pidevus	21
5	Raami sõlmede tasakaal	31
6	Kõrvaltingimused	39
7	Raami toetingimused	41
8	Raami staatikaline kontroll	46
9	Raami paindemomendi epüür	48

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

10 Raami põikjõu epüür

49

11 Raami normaaljõu epüür

50

12 Viited

51



3/52

Täis



Tagasi

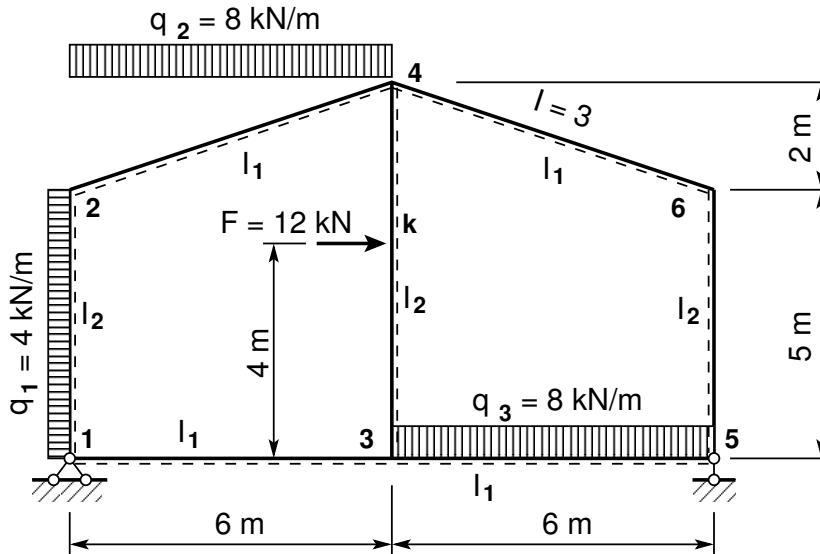
Edasi

Sulge

Lõpeta

Ülesanne

Koostada joonisel 1 näidatud staatikaga määramatu raami paindemomendi, põikjõu ja pikijõu epüürid EST meetodiga.



Joonis 1. Staatikaga määramatu raam 77

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami posti ristlõike paindejäikus on $EI_p = 2 * 10^4 \text{ kNm}^2$ ja raami riivi ristlõike paindejäikus $EI_r = 3.0EI_p$ ($I_1 = 3.0 * I_2$), posti ristlõike pikijäikus $EA_p = 4.6 * 10^{16} \text{ kN}$, $EA_r = 8.8 * 10^{16} \text{ kN}$.

Jaotatud koormus q_2 (vt joonis 1) antud varda *projektsioonile* (6 m). Teisendame jaotatud koormuse q_2 koormuseks q_{2k} kaldu oleva varda pikkusele l_2 (1). Lahutame koormuse q_{2k} komponentideks (q_{2x} – projektsioon kohalikule teljele x ja q_{2z} – projektsioon kohalikule teljele z).

$$\begin{aligned}
 q_{2x} &= -q_{2k} * \sin \alpha, & kus \quad \sin \alpha &= 2.0/l_2 \\
 q_{2z} &= q_{2k} * \cos \alpha, & kus \quad \cos \alpha &= 6.0/l_2 \\
 q_{2k} &= q_2 * 6.0/l_2, & kus \quad l_2 &= \sqrt{6^2 + 2.0^2}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Täis



Tagasi

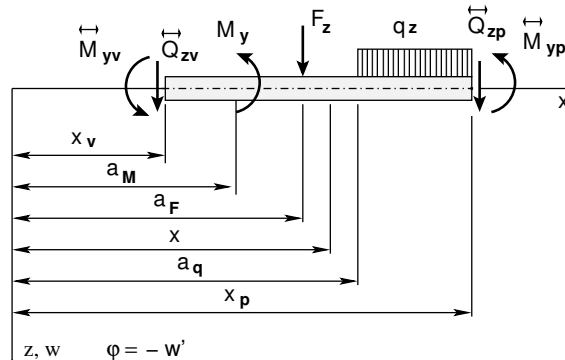
Edasi

Sulge

Lõpeta

Sissejuhatus

Joonisel 2 on näidatud varda jõudude ja siirete positiivsed suunad vastavalt teisele märgikokkuleppele



Joonis 2. Universaalvõrrand

$$\begin{aligned}
 w_p = w_v - (\varphi_y)_v x + \frac{1}{EI_y} \sum \mathcal{M}_y \frac{(x_p - a_M)_+^2}{2!} + \\
 + \frac{1}{EI_y} \sum F_z \frac{(x_p - a_F)_+^3}{3!} + \frac{1}{EI_y} \sum q_z \frac{(x_p - a_q)_+^4}{4!}
 \end{aligned} \quad (2)$$

Elastse joone universaalvõrrandis (2) on järgmised tähistused:

EI_y – varda ristlõike jäikus,

\mathcal{M}_y – momentkoormus,

F_z – koondatud jõud,

q_z – ühtlaselt jaotatud koormus

Võtame avaldisest (2) tuletised ja võtame kasutusele tähistused (3)

$$w_0 = w_0, \quad w'_0 = -\varphi_0, \quad w''_0 = -\frac{M_y}{EI}, \quad w'''_0 = -\frac{Q_z}{EI} \quad (3)$$

Kirjutame saadud võrrandid välja maatriks kujul (4)

$$\mathbf{Z}_p = \mathbf{U}\mathbf{Z}_v + \mathring{\mathbf{Z}} \quad (4)$$

kus \mathbf{Z}_p , \mathbf{Z}_v on tala lõpus ja alguses olevad siirded ning sisejõud (5)

$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} w \\ \varphi_y \\ \dots \\ Q_z \\ M_y \end{bmatrix}_p, \quad \mathbf{Z}_v = \begin{bmatrix} w \\ \varphi_y \\ \dots \\ Q_z \\ M_y \end{bmatrix}_v, \quad (5)$$

\mathbf{U} – ülekanndemaatriks (6)

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & -(x_p - x_v) & \vdots & \frac{(x_p - x_v)}{GA_Q} - \frac{(x_p - x_v)^3}{6EI_y} & -\frac{(x_p - x_v)^2}{2EI_y} \\ 0 & 1 & \vdots & \frac{(x_p - x_v)^2}{2EI_y} & \frac{(x_p - x_v)}{EI_y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & (x_p - x_v) & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ – koormusvektor.

Lisame võrranditele (4) pikijõudu N_L , N_L ja pikisiiret u_L , u_L (vt joonist 3) arvestavad liikmed, ning esitame võrrandid kujul (7).

Täis

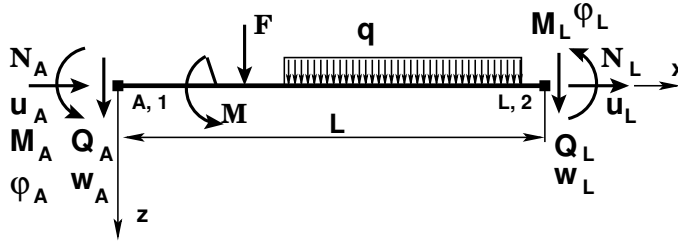


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 3. Varda jõudude ja siirete positiivsed suunad

Nimetame võrrandeid (7) *varda põhivõrranditeks*.

$$\mathbf{I} * \mathbf{Z}_L - \mathbf{U} \mathbf{Z}_A = \overset{\circ}{\mathbf{Z}}, \quad (7)$$

ehk

$$\widehat{\mathbf{I}} \mathbf{U} * \widehat{\mathbf{Z}} = \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (8)$$

kus \mathbf{I} on (6x6) ühikmaatriks, $\widehat{\mathbf{I}} \mathbf{U}$ (6x12) maatriks, mida saab arvutada GNU Octave funktsiooniga `ysplvmhvI(baasi0,x,l,EA,GAr,EJ)`

$\widehat{\mathbf{Z}}$ (9) koosneb varda lõpus ja alguses olevatest siiretest ning kontaktjõududest.

$$\widehat{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_L \\ \mathbf{Z}_A \end{bmatrix}, \quad (9)$$

siin \mathbf{Z}_L , \mathbf{Z}_A – varda lõpus ja alguses olevad siirded ning kontaktjõud. (10)

$$\mathbf{Z}_L = \begin{bmatrix} u_L \\ w_L \\ \varphi_L \\ \dots \\ N_L \\ Q_L \\ M_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_A = \begin{bmatrix} u_A \\ w_A \\ \varphi_A \\ \dots \\ N_A \\ Q_A \\ M_A \end{bmatrix}, \quad (10)$$

kus U on ülekan demaatriks (11)

kus U on ülekan demaatriks (11)

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -i_o * \frac{x}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x & 0 & i_o * \frac{x^3}{6EI_y} - i_o * \frac{x}{GA_{red}} & \frac{x^2}{2EI_y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -i_o * \frac{x^2}{2EI_y} & -i_o * \frac{x}{EI_y} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x & -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Koormusvektor $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ ühtlaselt jaotatud koormuse q (projektsioonid q_x ja q_z puhul on (12)),

$$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_q = \begin{bmatrix} -i_o * \frac{q_x * x^2}{2 * EA} \\ i_o * \frac{q_z * x^4}{24EI_y} \\ -i_o * \frac{q_z * x^3}{6EI_y} \\ -q_x * x \\ -q_z * x \\ -q_z * x^2 / 2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Koormusvektor $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ koondatud jõu korral (13)

$$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} -i_o * \frac{F_x * (x - x_a)_+}{EA} \\ i_o * \frac{F_z * (x - x_a)_+^3}{6EI_y} \\ -i_o * \frac{F_z * (x - x_a)_+^2}{2EI_y} \\ -F_x (x - x_a)_+^o \\ -F_z (x - x_a)_+^o \\ -F_z * (x - x_a)_+ \end{bmatrix} \quad (13)$$

siin $i_o = \frac{EI}{L}$ on baasjäikus, millega skaleeritakse siirded.

Ülekandemaatriksi (hõreda maatriksina) \mathbf{U} (11) saame arvutada GNU Octave funktsiooniga `ysplfhlin(baasi0,x,EA,GA,r,EJ)`.

Koormusvektoreid $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{q}}$, $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{F}}$ saab arvutada GNU Octave funktsioonidega `yzhqz(baasi0,Li,qx,qz,EA,EI)`,
`yzfzv(baasi0,Li,aLx,Fx,Fz,EA,EI)`.

Täis



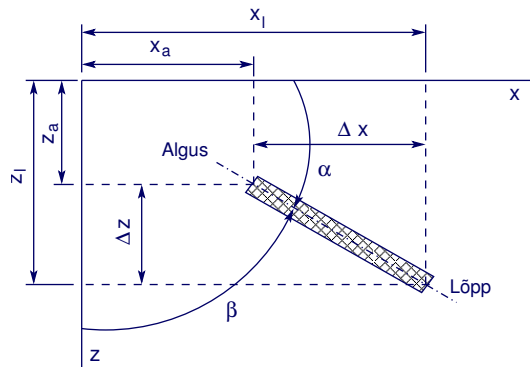
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Joonisel 4 on näidatud suunakoosinuste arvutamine.



Joonis 4. Varda suunakoosinused

$$\cos \alpha = \frac{\Delta x}{l} \quad \cos \beta = \frac{\Delta z}{l} \quad (14)$$

siin

$$\Delta x = x_L - x_A, \quad \Delta z = z_L - z_A, \quad l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta z)^2} \quad (15)$$

ja x_A , z_A , x_L , z_L on varda alguse ning lõpu koordinaadid.

Teisendusmaatriks \mathbf{T}_2 teisendab vektori kohalikest koordinaatidest üldkoordinaatidesse.

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\cos \beta \\ \cos \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

Võtame arvesse pöördenurga, siis on teisendusmaatriks \mathbf{T} järgmine

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\cos \beta & 0 \\ \cos \beta & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Täis

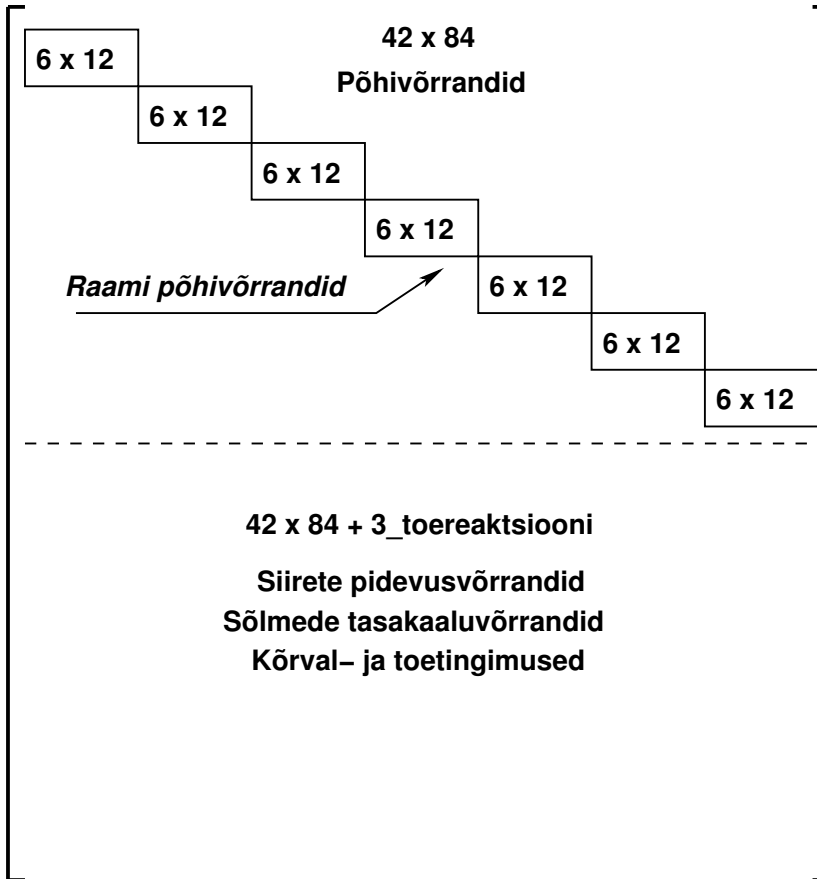


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 6. Võrrandisüsteemi struktuur

Programm põhivõrrandite koostamiseks:

```
IIv=0;
IJv=0;
%
for i=1:NEARV % siin NEARV=7
krda=i;
EI=selem(i,13);
EA=selem(i,14);
GAR=selem(i,15);
Li=lvarras(i,1);
qx=qxZ(i,1);
qz=qzZ(i,1);
aLx=aLXx(i,1);
Fz=FZz(i,1);
Fx=FZx(i,1);
spvF=ysplvmhvI(baasi0,Li,Li,EA,GAR,EI); % Varda põhivõrrandite kordajad
vB=yzhqz(baasi0,Li,qx,qz,EA,EI); % Varda põhivõrrandite vabaliikmed
vFz=yzfzv(baasi0,Li,aLx,Fx,Fz,EA,EI); % Varda põhivõrrandite vabaliikmed
vB=vB+vFz;
IIv=krda*6-5;
IJv=krda*12-11;
spA=spInsertBtoA(spA,IIv,IJv,spvF); % Kordajate paidutamine süsteemi
B=InsertBtoA(B,NNK,1,IIv,1,vB,6,1); % Vabaliikmete paigutamine
endfor
```



17/52

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Põhivõrrandite kordajate väljatrükk:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 42, cols = 84, nnz = 133)

Element 1

(1, 1) -> 1	(2, 8) -> -1	(5, 11) -> 1
(2, 2) -> 1	(2, 9) -> 5	(6, 11) -> 5
(3, 3) -> 1	(3, 9) -> -1	(2, 12) -> -2.5000
(4, 4) -> 1	(1, 10) -> 4.3478e-12	(3, 12) -> 1
(5, 5) -> 1	(4, 10) -> 1	(6, 12) -> 1
(6, 6) -> 1	(2, 11) -> -4.1667	
(1, 7) -> -1	(3, 11) -> 2.5000	

Element 2

(7, 13) -> 1	(8, 20) -> -1	(11, 23) -> 1
(8, 14) -> 1	(8, 21) -> 6.3246	(12, 23) -> 6.3246
(9, 15) -> 1	(9, 21) -> -1	(8, 24) -> -1.3333
(10, 16) -> 1	(7, 22) -> 3.7203e-12	(9, 24) -> 0.42164
(11, 17) -> 1	(10, 22) -> 1	(12, 24) -> 1
(12, 18) -> 1	(8, 23) -> -2.8109	
(7, 19) -> -1	(9, 23) -> 1.3333	

Element 3



Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

(13, 25) -> 1
 (14, 26) -> 1
 (15, 27) -> 1
 (16, 28) -> 1
 (17, 29) -> 1
 (18, 30) -> 1
 (13, 31) -> -1

(14, 32) -> -1
 (14, 33) -> 7
 (15, 33) -> -1
 (13, 34) -> 6.0870e-12
 (16, 34) -> 1
 (14, 35) -> -11.433
 (15, 35) -> 4.9000

(17, 35) -> 1
 (18, 35) -> 7
 (14, 36) -> -4.9000
 (15, 36) -> 1.4000
 (18, 36) -> 1

Element 4

(19, 37) -> 1
 (20, 38) -> 1
 (21, 39) -> 1
 (22, 40) -> 1
 (23, 41) -> 1
 (24, 42) -> 1
 (19, 43) -> -1

(20, 44) -> -1
 (20, 45) -> 6.3246
 (21, 45) -> -1
 (19, 46) -> 3.7203e-12
 (22, 46) -> 1
 (20, 47) -> -2.8109
 (21, 47) -> 1.3333

(23, 47) -> 1
 (24, 47) -> 6.3246
 (20, 48) -> -1.3333
 (21, 48) -> 0.42164
 (24, 48) -> 1

Element 5

(25, 49) -> 1
 (26, 50) -> 1
 (27, 51) -> 1
 (28, 52) -> 1
 (29, 53) -> 1
 (30, 54) -> 1
 (25, 55) -> -1

(26, 56) -> -1
 (26, 57) -> 5
 (27, 57) -> -1
 (25, 58) -> 4.3478e-12
 (28, 58) -> 1
 (26, 59) -> -4.1667
 (27, 59) -> 2.5000

(29, 59) -> 1
 (30, 59) -> 5
 (26, 60) -> -2.5000
 (27, 60) -> 1
 (30, 60) -> 1

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Element 6

(31, 61) -> 1	(32, 68) -> -1	(35, 71) -> 1
(32, 62) -> 1	(32, 69) -> 6	(36, 71) -> 6
(33, 63) -> 1	(33, 69) -> -1	(32, 72) -> -1.2000
(34, 64) -> 1	(31, 70) -> 3.5294e-12	(33, 72) -> 0.40000
(35, 65) -> 1	(34, 70) -> 1	(36, 72) -> 1
(36, 66) -> 1	(32, 71) -> -2.4000	
(31, 67) -> -1	(33, 71) -> 1.2000	

Element 7

(37, 73) -> 1	(38, 80) -> -1	(41, 83) -> 1
(38, 74) -> 1	(38, 81) -> 6	(42, 83) -> 6
(39, 75) -> 1	(39, 81) -> -1	(38, 84) -> -1.2000
(40, 76) -> 1	(37, 82) -> 3.5294e-12	(39, 84) -> 0.40000
(41, 77) -> 1	(40, 82) -> 1	(42, 84) -> 1
(42, 78) -> 1	(38, 83) -> -2.4000	
(37, 79) -> -1	(39, 83) -> 1.2000	

Täis



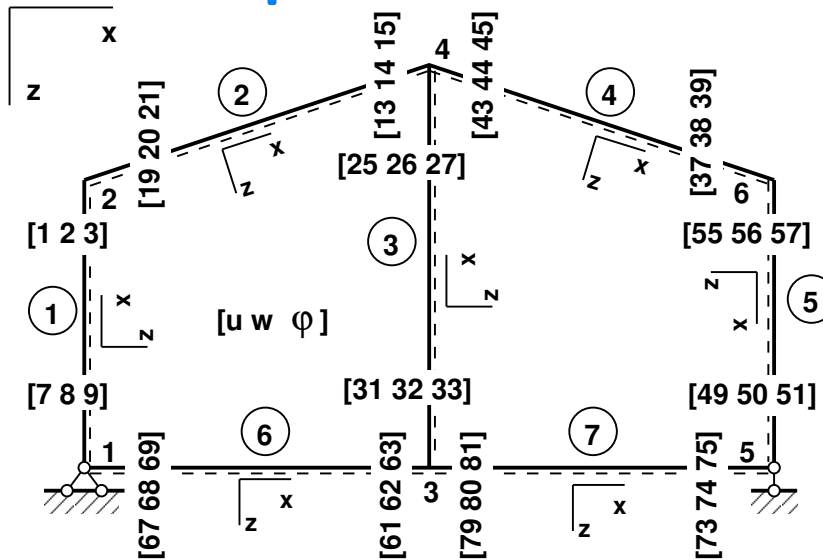
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

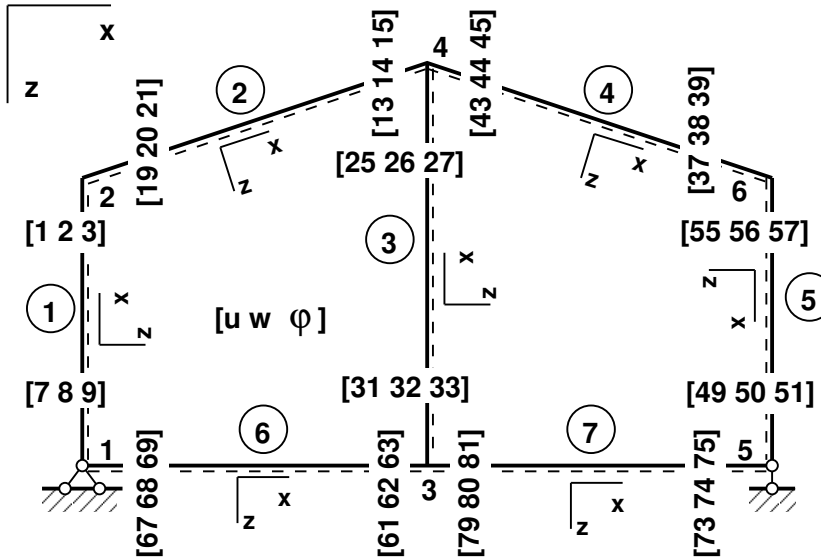
Varraste siirete pidevus



Joonis 7. Raami siirete pidevus

Sõlmes 1 on varraste 1 ja 6 siirded pidevad.

$$\begin{matrix} 43 \\ 44 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_7 \\ Z_8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{67} \\ Z_{68} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$



Joonis 8. Raami siirete pidevus

Sõlmes 2 on varraste 1 ja 2 siirded pidevad.

$$\begin{matrix} 45 \\ 46 \\ 47 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.9487 & 0.3162 & 0 \\ -0.3162 & 0.9487 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{19} \\ Z_{20} \\ Z_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Täis

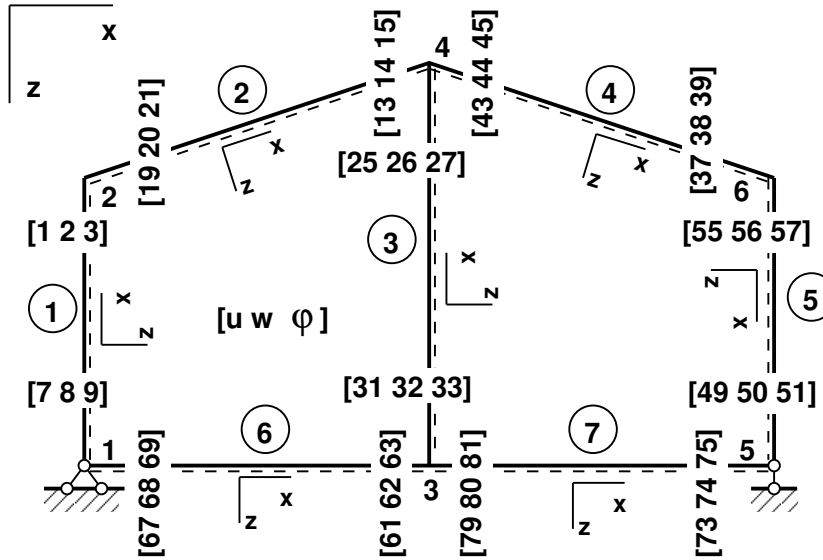


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 9. Raami siirete pidevus

Sõlmes 4 on varraste 2 ja 3 siirded pidevad (! Jälgi trasitiivsust).

$$\begin{matrix} 48 \\ 49 \\ 50 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9487 & 0.3162 & 0 \\ -0.3162 & 0.9487 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{13} \\ Z_{14} \\ Z_{15} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{25} \\ Z_{26} \\ Z_{27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Sõlmes 4 on varraste 3 ja 4 siirded pidevad (! Jälgi trasitiivsust).

Täis

⏪

⏩

◀

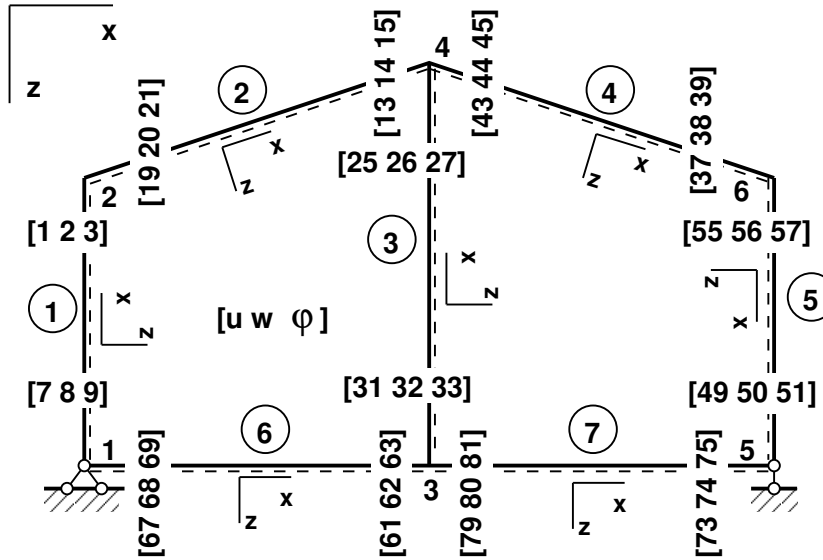
▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 11. Raami siirete pidevus

Sõlmes 6 on varraste 4 ja 5 siirded pidevad.

$$\begin{matrix} 54 \\ 55 \\ 56 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9487 & -0.3162 & 0 \\ 0.3162 & 0.9487 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{37} \\ Z_{38} \\ Z_{39} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{55} \\ Z_{56} \\ Z_{57} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Täis

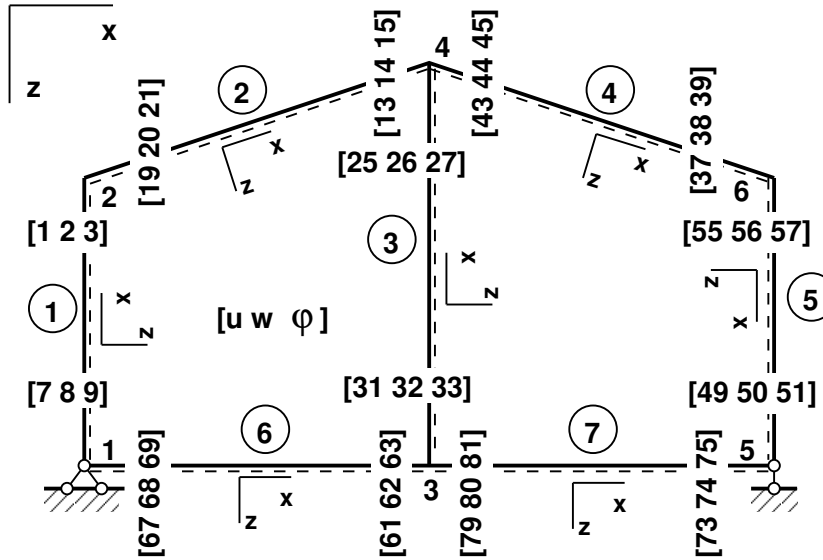


Tagasi

Edasi

Sulge

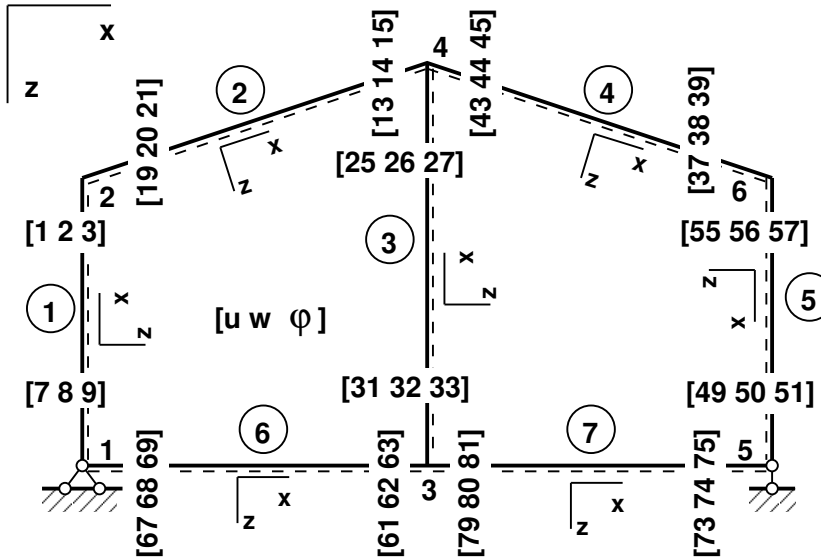
Lõpeta



Joonis 12. Raami siirete pidevus

Sõlmes 5 on varraste 5 ja 7 siirded pidevad.

$$\begin{matrix} 57 \\ 58 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{49} \\ Z_{50} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{73} \\ Z_{74} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$



Joonis 14. Raami siirete pidevus

Sõlmes 3 on varraste 3 ja 7 siirded pidevad (! Jälgi transitiivsust).

$$\begin{matrix} 62 \\ 63 \\ 64 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{31} \\ Z_{32} \\ Z_{33} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{79} \\ Z_{80} \\ Z_{81} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Võrrandid (18)–(25) paigutame konstruktsiooni tasakaaluvõrrandisse (36) alates reast 31. Tundmatute Z_i kordajateks on varda i teisendusmaatriksi $spTi$ kordajad. Tundmatute Z_{jm} varda j teisendusmaatriksi $spTjm$ kordajad. Siin teisendusmaatriks $spTi$ on hõreda maatriksina. Teisendusmaatriksi $spTjm$ kordajad on korrutatud läbi -1-ga. Need teisendusmaatriksid leiab arvuti.

Arvutiprogrammis kasutame selleks GNU Octave funktsiooni **spInsertBtoA.m**.

```

=====
% Siirete pidevuse võrrandid 43-64    % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spInsertBtoA(spA,43,7,spT12);    spA=spInsertBtoA(spA,43,67,spT62m);
spA=spInsertBtoA(spA,45,1,spT1);    spA=spInsertBtoA(spA,45,19,spT2m);
spA=spInsertBtoA(spA,48,13,spT2);   spA=spInsertBtoA(spA,48,25,spT3m);
spA=spInsertBtoA(spA,51,25,spT3);   spA=spInsertBtoA(spA,51,43,spT4m);
spA=spInsertBtoA(spA,54,37,spT4);   spA=spInsertBtoA(spA,54,55,spT5m);
spA=spInsertBtoA(spA,57,49,spT52); spA=spInsertBtoA(spA,57,73,spT72m);
spA=spInsertBtoA(spA,59,61,spT6);   spA=spInsertBtoA(spA,59,31,spT3m);
spA=spInsertBtoA(spA,62,31,spT3);   spA=spInsertBtoA(spA,62,79,spT7m);

```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükk on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 64, cols = 81, nnz = 52)

(46, 1) -> -1	(51, 26) -> 1	(53, 45) -> -1
(45, 2) -> 1	(50, 27) -> -1	(58, 49) -> 1
(47, 3) -> 1	(53, 27) -> 1	(57, 50) -> -1
(44, 7) -> -1	(60, 31) -> 1	(55, 55) -> -1
(43, 8) -> 1	(63, 31) -> -1	(54, 56) -> 1
(48, 13) -> 0.94868	(59, 32) -> -1	(56, 57) -> -1
(49, 13) -> -0.31623	(62, 32) -> 1	(59, 61) -> 1
(48, 14) -> 0.31623	(61, 33) -> -1	(60, 62) -> 1
(49, 14) -> 0.94868	(64, 33) -> 1	(61, 63) -> 1
(50, 15) -> 1	(54, 37) -> 0.94868	(43, 67) -> -1
(45, 19) -> -0.94868	(55, 37) -> 0.31623	(44, 68) -> -1
(46, 19) -> 0.31623	(54, 38) -> -0.31623	(57, 73) -> -1
(45, 20) -> -0.31623	(55, 38) -> 0.94868	(58, 74) -> -1
(46, 20) -> -0.94868	(56, 39) -> 1	(62, 79) -> -1
(47, 21) -> -1	(51, 43) -> -0.94868	(63, 80) -> -1
(49, 25) -> 1	(52, 43) -> -0.31623	(64, 81) -> -1
(52, 25) -> -1	(51, 44) -> 0.31623	
(48, 26) -> -1	(52, 44) -> -0.94868	



30/52

Täis



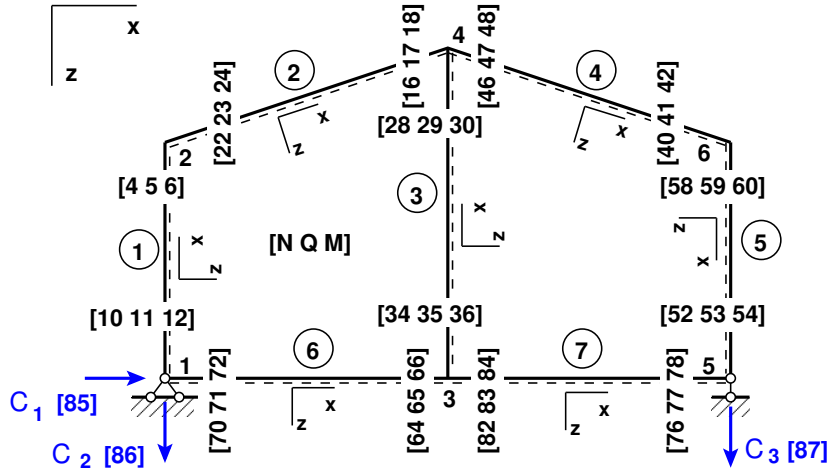
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

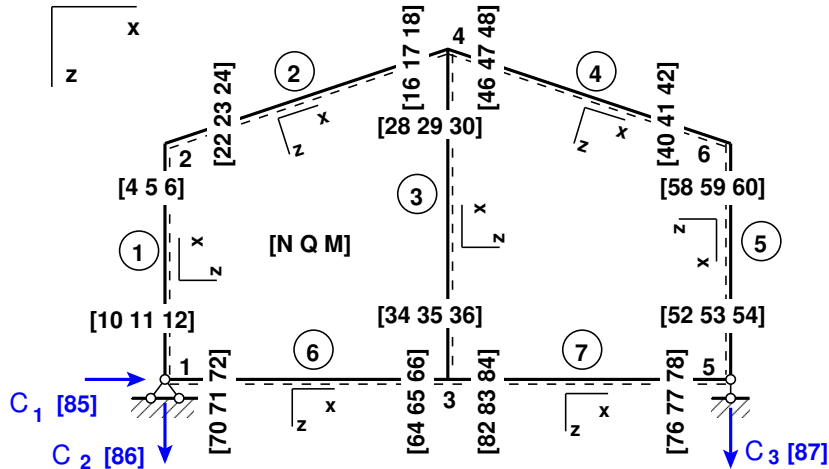
Raami sõlmede tasakaal



Joonis 15. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 1 on tasakaalus (*varda 1, 6 kontaktjõud ja toereaktsioonid $C_1 \equiv Z_{85}$, $C_2 \equiv Z_{86}$*).

$$\begin{matrix} 65 \\ 66 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{10} \\ Z_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{70} \\ Z_{71} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{85} \\ Z_{86} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$



Joonis 16. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 2 on tasakaalus (*varda 1 j 6 kontaktjõud*).

$$\begin{matrix} 67 \\ 68 \\ 69 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9487 & 0.3162 & 0 \\ -0.3162 & 0.9487 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{22} \\ Z_{23} \\ Z_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Täis

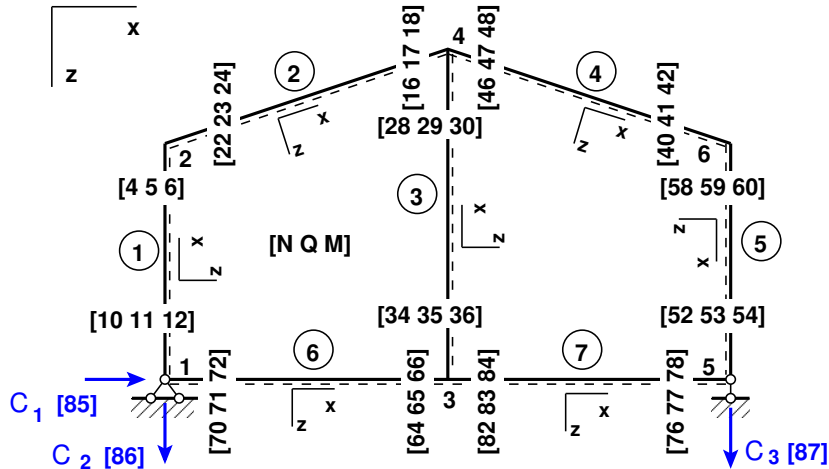


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 17. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 3 on tasakaalus (*varda 6, 3 j 7 kontaktjõud*).

$$\begin{matrix} 70 \\ 71 \\ 72 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{64} \\ Z_{65} \\ Z_{66} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{34} \\ Z_{35} \\ Z_{36} \end{bmatrix} + \quad (28)$$

$$+ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{82} \\ Z_{83} \\ Z_{84} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Täis

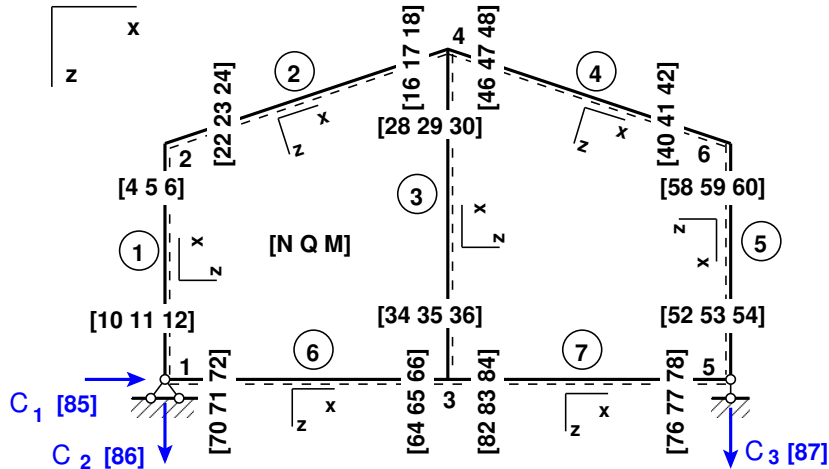


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 18. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 4 on tasakaalus (*varda 2, 3 ja 4 kontaktjõud*).

$$\begin{matrix} 73 \\ 74 \\ 75 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9487 & 0.3162 & 0 \\ -0.3162 & 0.9487 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{16} \\ Z_{17} \\ Z_{18} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{28} \\ Z_{29} \\ Z_{30} \end{bmatrix} + \quad (30)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.9487 & -0.3162 & 0 \\ 0.3162 & 0.9487 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{46} \\ Z_{47} \\ Z_{48} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Täis

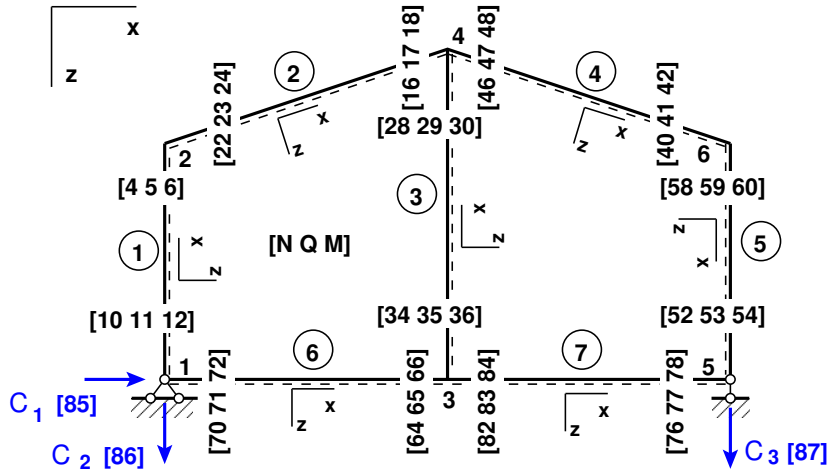


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 19. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 6 on tasakaalus (*varda 4 ja 5 kontaktjõud*).

$$\begin{matrix} 76 \\ 77 \\ 78 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9881 & -0.1537 & 0 \\ 0.1537 & 0.9881 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{40} \\ Z_{41} \\ Z_{42} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{58} \\ Z_{59} \\ Z_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Täis

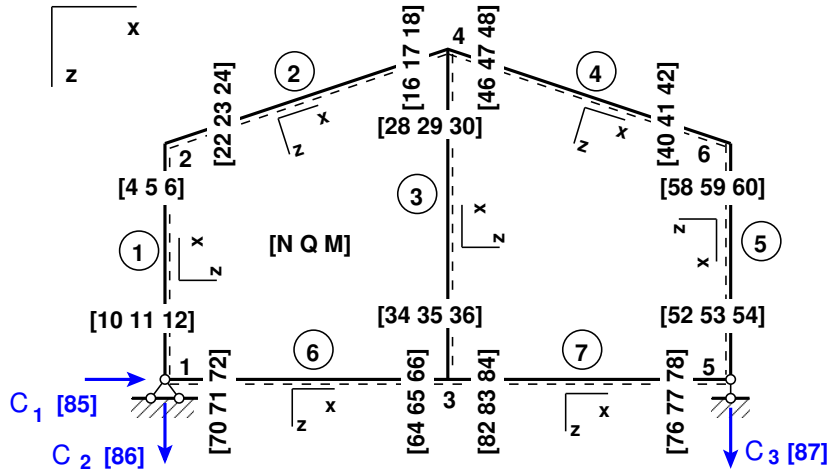


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 20. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 5 on tasakaalus (*varda* γ , 5 kontaktjõud ja toereaktsioonid $C_3 \equiv Z_{87}$).

$$\begin{matrix} 79 \\ 80 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{76} \\ Z_{77} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{52} \\ Z_{53} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [Z_{87}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m



37/52

```
=====
% Sõlmede tasakaaluvõrrandid 65-80
=====
spA=spInsertBtoA(spA,65,10,spT12); spA=spInsertBtoA(spA,65,70,spT62);
spA=spSisestaArv(spA,65,85,-1); % toereaktsioon C1
spA=spSisestaArv(spA,66,86,-1); % toereaktsioon C2
B(65:66,1)=s1F(1:2,1); % sõlme 1 koormus s1F(1:2,1)
spA=spInsertBtoA(spA,67,4,spT1); spA=spInsertBtoA(spA,67,22,spT2);
B(67:69,1)=s2F(1:3,1); % sõlme 2 koormus
spA=spInsertBtoA(spA,70,64,spT6); spA=spInsertBtoA(spA,70,34,spT3);
spA=spInsertBtoA(spA,70,82,spT7); % siin oli kolm varrast
B(70:72,1)=s3F(1:3,1); % sõlme 3 koormus
spA=spInsertBtoA(spA,73,16,spT2); spA=spInsertBtoA(spA,73,28,spT3);
spA=spInsertBtoA(spA,73,46,spT4); % siin oli kolm varrast
B(73:75,1)=s4F(1:3,1); % sõlme 4 koormus
spA=spInsertBtoA(spA,76,40,spT4); spA=spInsertBtoA(spA,76,58,spT5);
B(76:78,1)=s6F(1:3,1); % sõlme 6 koormus s6F(1:2,1);
spA=spInsertBtoA(spA,79,76,spT72); spA=spInsertBtoA(spA,79,52,spT52);
spA=spSisestaArv(spA,80,87,-1); % toereaktsioon C3
B(79:80,1)=s5F(1:2,1); % sõlme 5 koormus s5F(1:2,1)
```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükk on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 80, cols = 87, nnz = 49)

(68, 4) -> -1	(75, 30) -> 1	(76, 59) -> -1
(67, 5) -> 1	(71, 34) -> -1	(78, 60) -> 1
(69, 6) -> 1	(70, 35) -> 1	(70, 64) -> 1
(66, 10) -> -1	(72, 36) -> 1	(71, 65) -> 1
(65, 11) -> 1	(76, 40) -> 0.94868	(72, 66) -> 1
(73, 16) -> 0.94868	(77, 40) -> 0.31623	(65, 70) -> 1
(74, 16) -> -0.31623	(76, 41) -> -0.31623	(66, 71) -> 1
(73, 17) -> 0.31623	(77, 41) -> 0.94868	(79, 76) -> 1
(74, 17) -> 0.94868	(78, 42) -> 1	(80, 77) -> 1
(75, 18) -> 1	(73, 46) -> 0.94868	(70, 82) -> 1
(67, 22) -> 0.94868	(74, 46) -> 0.31623	(71, 83) -> 1
(68, 22) -> -0.31623	(73, 47) -> -0.31623	(72, 84) -> 1
(67, 23) -> 0.31623	(74, 47) -> 0.94868	(65, 85) -> -1
(68, 23) -> 0.94868	(75, 48) -> 1	(66, 86) -> -1
(69, 24) -> 1	(80, 52) -> 1	(80, 87) -> -1
(74, 28) -> -1	(79, 53) -> -1	
(73, 29) -> 1	(77, 58) -> 1	



Täis



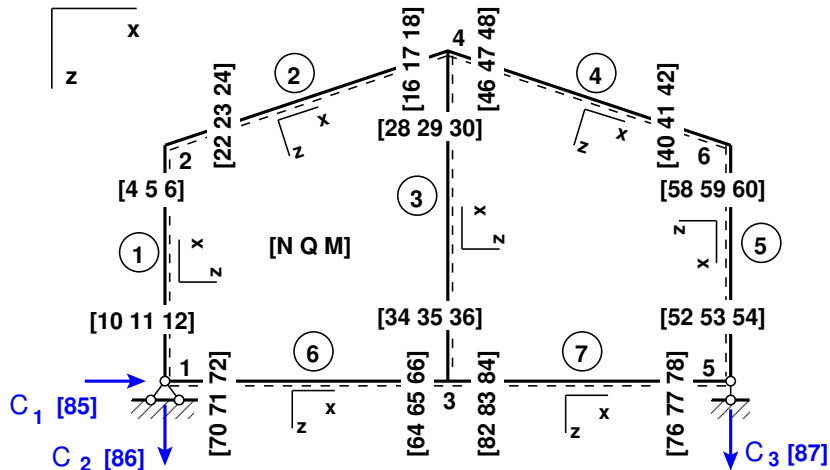
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Kõrvaltingimused



Joonis 21. Kõrvaltingimused

Sõlmedes 1 ja 5

$$\begin{array}{l}
 81 \\
 82 \\
 83 \\
 84
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 Z_{12} \\
 Z_{72} \\
 Z_{78} \\
 Z_{54}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (34)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spSisestaArv.m



40/52

```
=====
% Kõrvaltingimused 81-84          % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spSisestaArv(spA,81,12,1);    % kõrvaltingimus sõlmes 1
spA=spSisestaArv(spA,82,72,1);    % kõrvaltingimus sõlmes 1
spA=spSisestaArv(spA,83,54,1);    % kõrvaltingimus sõlmes 5
spA=spSisestaArv(spA,84,78,1);    % kõrvaltingimus sõlmes 5
```

Konstruktsiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükkis on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 84, cols = 78, nnz = 4)

```
(81, 12) -> 1          (82, 72) -> 1
(83, 54) -> 1          (84, 78) -> 1
```

Täis



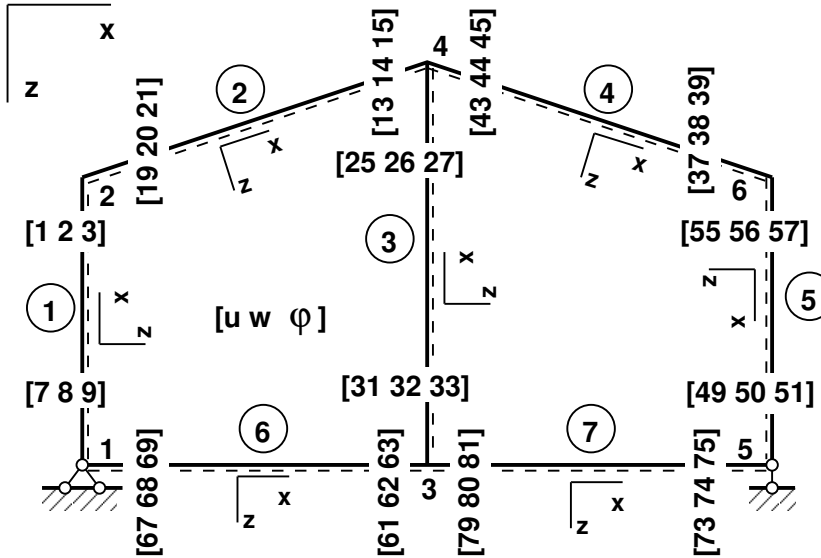
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami toetingimused



Joonis 22. Raami toetingimused

Toed 1 ja 5

$$\begin{matrix} 85 \\ 86 \\ 87 \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_{67} \\ Z_{68} \\ Z_{74} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

Täis

◀

▶

◀

▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spSisestaArv.m



42/52

```
=====
% Toetingimused 85-87          % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spSisestaArv(spA,85,67,1);    % C1-le vastav siire on 0
spA=spSisestaArv(spA,86,68,1);    % C2-le vastav siire on 0
spA=spSisestaArv(spA,87,74,1);    % C3-le vastav siire on 0
```

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükis on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 87, cols = 74, nnz = 3)

(85, 67) -> 1

(87, 74) -> 1

(86, 68) -> 1

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Hõreda võrrandisüsteemi (36)



$$\text{spA} * \mathbf{Z} = \mathbf{B} \quad (36)$$

lahendame GNU Octavega järgmise käsuga:

```
Z=spA\B; % Võrrandisüsteemi spA*Z=B lahend
```

Raami toereaktsioonid:

```
85 -3.200e+01          87 -5.617e+01
86 -3.983e+01
```

Varraste alguses olevad siirded jagame baasjäikusega i_o
Varraste algparameetrid on järgmised:

```
=====
```

Algparameetrid skaleerimata						
Varda Nr	u	w	fi	N	Q	M
1	-0.000e+00	0.000e+00	-2.842e-03	37.423	-6.458	0.000
2	1.204e-02	4.013e-03	-2.972e-03	24.682	-31.221	17.712
3	-1.021e-02	2.254e-14	-1.220e-03	-12.982	-14.240	37.191
4	1.850e-02	4.598e-03	5.078e-04	18.172	18.775	-62.236
5	2.561e-14	-1.950e-02	8.096e-04	23.558	-11.302	56.510
6	0.000e+00	0.000e+00	-1.943e-03	-25.542	-2.410	0.000
7	2.254e-14	1.021e-02	-1.220e-03	-11.302	-15.392	-51.650

```
-----
```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Siirded ja sisejõud ristlõikes leiame avaldisega (37)

$$\mathbf{Z}_x = \mathbf{U}\mathbf{Z}_A + \mathring{\mathbf{Z}} \quad (37)$$

kus \mathbf{Z}_x on siirded ja kontaktjõud ristlõikes x , \mathbf{Z}_A – algparameetrid. Väljavõte programmist siirete ja sisejõudude arvutamiseks.

```
mitmeks=4;
for i=1:NEARV
    krda=i;
    vF=zeros(6,12);
    EI=selem(i,13); % topoloogilisest kirjeldusest
    EA=selem(i,14); % " "
    GAr=selem(i,15); % " "
    Li=lvarras(i,1);
    qx=qxZ(i,1);
    qz=qzZ(i,1);
    aLx=aLXx(i,1);
    Fz=FZz(i,1);
    Fx=FZx(i,1);
    xsamm=Li/mitmeks; % varda neljandikel sisejõud
    xx=0;
    AP=AlgPar(i,:)'; % Algparameetrid
    for ij=1:mitmeks+1 % 5 - sisejõud ka varda algul xx=0
        vF=ylfmlin(1.0,xx,EA,GAr,EI);
```

```

vvB=yzhqz(1.0,xx,qx,qz,EA,EI);
vvFz=yzfzv(1.0,xx,aLx,Fx,Fz,EA,EI);
Fvv(:,ij)=vvF*AP+vvB+vvFz;
xx=xx+xsamm;
endfor
%%% Jät kub tulemuste väljatrükk %%%
VardaNr=i;
disp(sprintf('%15s %2i %17s %8.5f %28s', 'Sisejõud vardas',VardaNr,'
varda pikkus on',Li,' varras on jaotatud neljaks'))
%
for i=1:3
disp(sprintf('%14s %9.5e %9.5e %9.5e %9.5e %9.5e',suurused(i,:),
Fvv(i,1), Fvv(i,2), Fvv(i,3), Fvv(i,4), Fvv(i,5)))
endfor
%
for i=4:6
disp(sprintf('%14s %9.5f %9.5f %9.5f %9.5f %9.5f',suurused(i,:),
Fvv(i,1), Fvv(i,2), Fvv(i,3), Fvv(i,4), Fvv(i,5)))
endfor
%disp('-----')
endfor

```

Täis



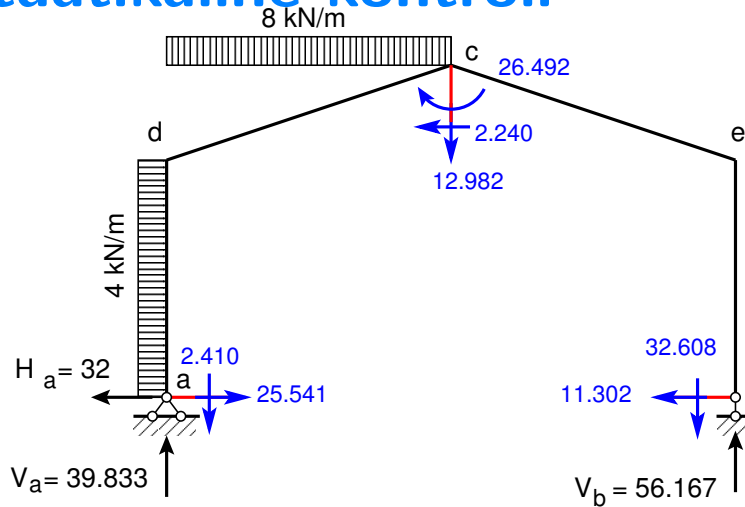
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami staatikaline kontroll



Joonis 23. Raami staatikaline kontroll

$$\sum X = 0; \quad -32.0 + 25.541 + 4 * 5 - 2.240 - 32.608 = -1.0 * 10^{-3} \cong 0$$

$$\sum Y = 0; \quad 39.833 - 2.410 - 8 * 6 - 12.982 - 32.608 + 56.167 = 7.1 * 10^{-15} \cong 0$$

$$\sum M_a = 0; \quad -4 * 5 * 2.5 - 8 * 6 * 3 - 12.982 * 6 + 2.240 * 7 + (-32.608 + 56.167) * 12 - 26.492 = 4.0 * 10^{-3} \cong 0$$

Täis

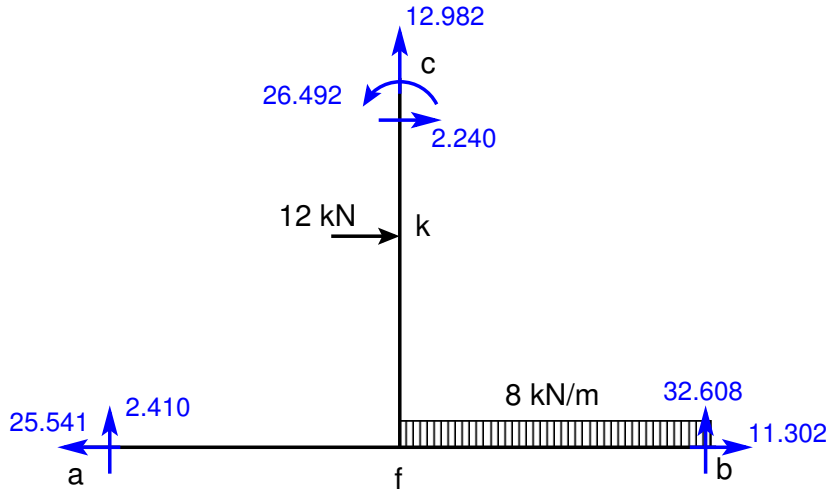


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 24. Raami staatikaline kontroll

$$\begin{aligned}
 \Sigma X &= 0; & -25.541 + 12 + 2.240 + 11.302 &= -1.0 \cdot 10^{-3} \cong 0 \\
 \Sigma Y &= 0; & +2.4103 + 12.982 - 8 \cdot 6 + 32.608 &= -7.1 \cdot 10^{-15} \cong 0 \\
 \Sigma M_a &= 0; & -2.240 \cdot 7 + 12.982 \cdot 6 + 26.492 - 12 \cdot 4 - & \\
 & & - 8 \cdot 6 \cdot 9 + 32.608 \cdot 12 &= -5.68 \cdot 10^{-14} \cong 0
 \end{aligned} \tag{38}$$

Täis



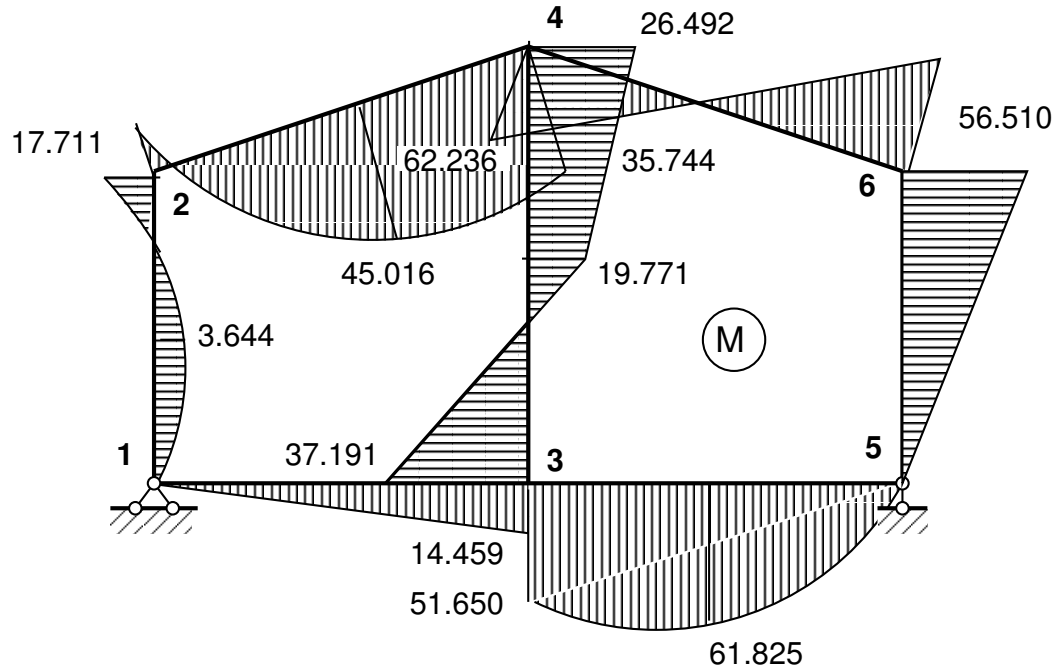
Tagasi

Edasi

Sulge

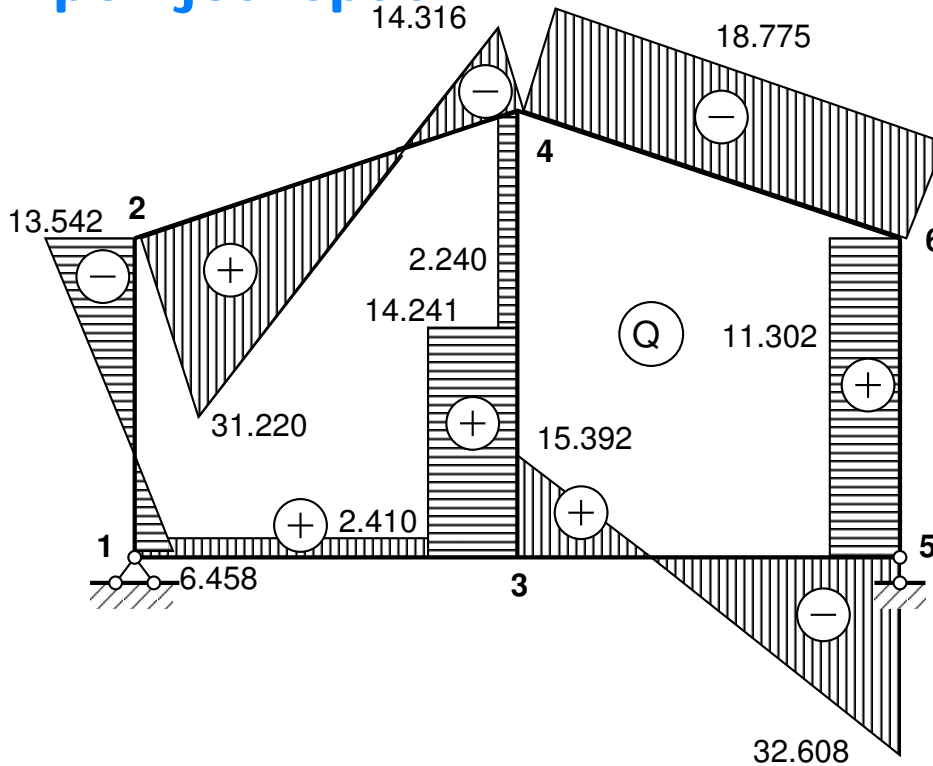
Lõpeta

Raami paindemomendi epüür



Joonis 25. Raami paindemoment M [kNm]

Raami põikjõu epüür



Joonis 26. Raami põikjõud Q [kN]

Täis



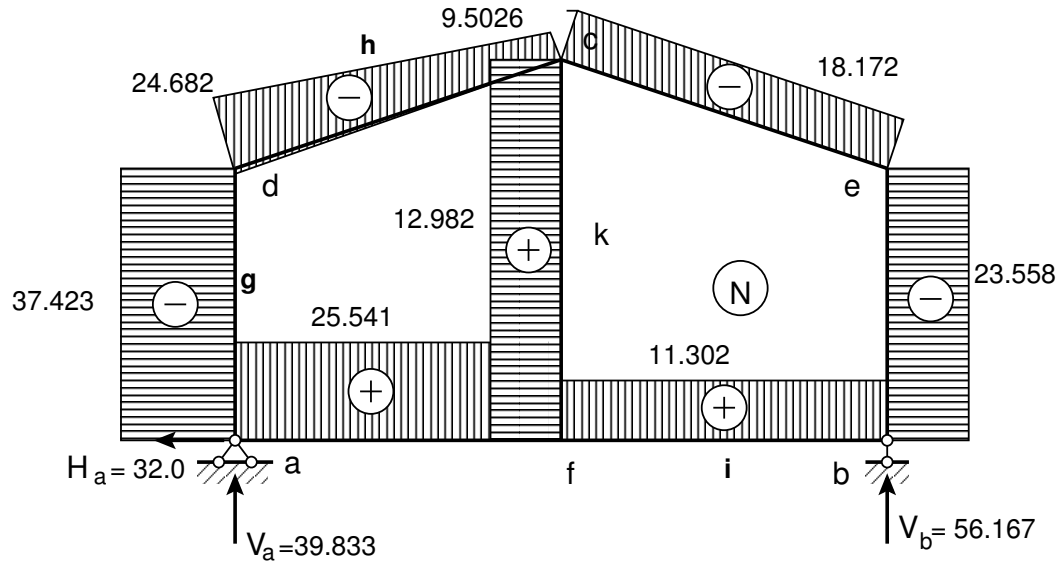
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami normaaljõu epüür



Joonis 27. Raami normaaljõud N [kN]

Viited

1. EST meetod:

A. Lahe. The transfer matrix and the boundary element method, Proc. Estonian Acad. Sci. Engng., 1997, 3, 1. p. 3–12. ¹

2. Raami arvutamise programm EST meetodiga:

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spRaamEST77R.m>

Kasutatav funktsioone:

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/ysplvmhvI.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/ysplfhlin.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/yzhqz.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/yzfzv.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spInsertBtoA.m>

¹http://books.google.ee/books?id=ghco7svk5T4C&pg=PA3&lpg=PA3&dq=Andres+Lahe&source=bl&ots=3SFfo4UCES&sig=_XLUez-SfW2FVYGRx8v2LVm16V8&hl=et&ei=YQaFTMeIEoWc00yCyNwP&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=5&ved=OCBOQ6AEwBDgK#v=onepage&q=Andres%20Lahe&f=false

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spSisestaArv.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/ylfhlin.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/InsertBtoA.m>

3. <http://et.wikipedia.org/wiki/Transitiivsus>

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta