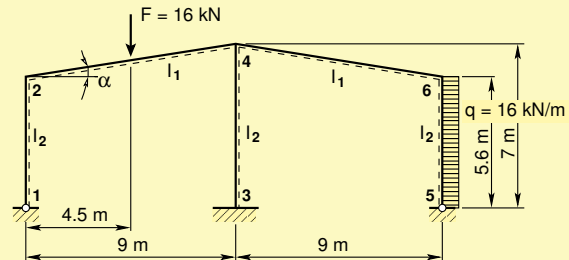


Ehitusmehaanika. EST meetod

Staatikaga määramatu raam 93



Andres Lahe
 Mehaanikainstituut
 Tallinna Tehnikaülikool

Tallinn 2010

Sisukord

1	Ülesanne	4
2	Sissejuhatus	6
3	Raami põhivõrrandid	15
4	Varraste siirete pidevus	20
5	Raami sõlmede tasakaal	27
6	Raami toetingimused	33
7	Raami toereaktsioonid	39
8	Raami staatikaline kontroll	42
9	Raami paindemomendi epüür	44

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

10 Raami põikjõu epüür

45

11 Raami normaaljõu epüür

46

12 Viited

47



3/48

Täis



Tagasi

Edasi

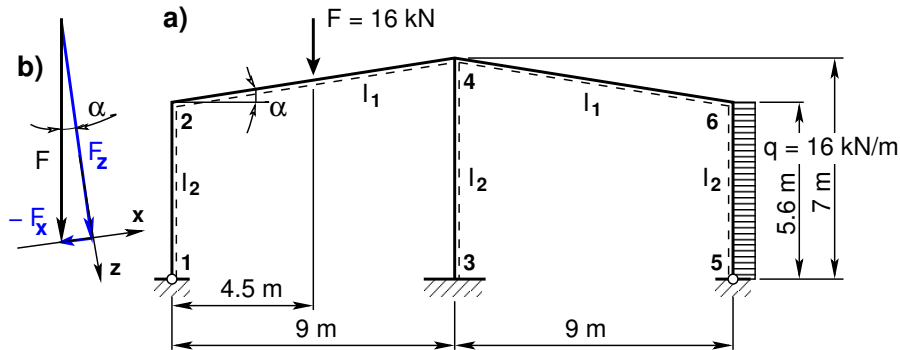
Sulge

Lõpeta

Ülesanne

Koostada joonisel 1 näidatud staatikaga määramatu raami paindemomendi, põikjõu ja pikijõu epüürid EST meetodiga.

Raami posti ristlõike paindejäikus on $EI_p = 2 * 10^4 \text{ kNm}^2$ ja raami



Joonis 1. Kahe avaga raam 93

riivi ristlõike paindejäikus $EI_r = 2.0EI_p$ ($I_1 = 2.0I_2$), posti ristlõike pikijäikus $EA_p = 4.6 * 10^{15} \text{ kN}$, $EA_r = 6.8 * 10^{15} \text{ kN}$.

Koormuse F (vt joonis 1 b)) lahutame komponentideks (F_x – projektsioon kohalikule teljele x ja F_z – projektsioon kohalikule teljele z).

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Avaldises (1) on toodud jõu F projektsioonid kohalikus teljestikus.

$$\begin{aligned} F_x &= -F * \sin \alpha, & kus \quad \sin \alpha &= 1.4/l_2 \\ F_z &= F * \cos \alpha, & kus \quad \cos \alpha &= 9.0/l_2 \\ aF &= l_2/2, & kus \quad l_2 &= \sqrt{9^2 + 1.4^2} \end{aligned} \quad (1)$$



5/48

Täis



Tagasi

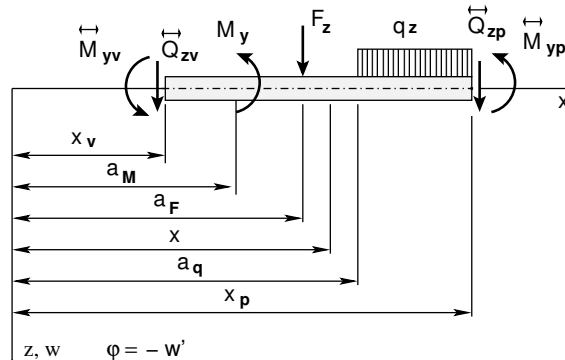
Edasi

Sulge

Lõpeta

Sissejuhatus

Joonisel 2 on näidatud varda jõudude ja siirete positiivsed suunad vastavalt teisele märgikokkuleppele



Joonis 2. Universaalvõrrand

$$\begin{aligned}
 w_p = w_v - (\varphi_y)_v x + \frac{1}{EI_y} \sum \mathcal{M}_y \frac{(x_p - a_M)_+^2}{2!} + \\
 + \frac{1}{EI_y} \sum F_z \frac{(x_p - a_F)_+^3}{3!} + \frac{1}{EI_y} \sum q_z \frac{(x_p - a_q)_+^4}{4!}
 \end{aligned} \quad (2)$$

Elastse joone universaalvõrrandis (2) on järgmised tähistused:

EI_y – varda ristlõike jäikus,

\mathcal{M}_y – momentkoormus,

F_z – koondatud jõud,

q_z – ühtlaselt jaotatud koormus

Võtame avaldisest (2) tuletised ja võtame kasutusele tähistused (3)

$$w_0 = w_0, \quad w'_0 = -\varphi_0, \quad w''_0 = -\frac{M_y}{EI}, \quad w'''_0 = -\frac{Q_z}{EI} \quad (3)$$

Kirjutame saadud võrrandid välja maatriks kujul (4)

$$\mathbf{Z}_p = \mathbf{U}\mathbf{Z}_v + \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (4)$$

kus \mathbf{Z}_p , \mathbf{Z}_v on tala lõpus ja alguses olevad siirded ning sisejõud (5)

$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} w \\ \varphi_y \\ \dots \\ Q_z \\ M_y \end{bmatrix}_p, \quad \mathbf{Z}_v = \begin{bmatrix} w \\ \varphi_y \\ \dots \\ Q_z \\ M_y \end{bmatrix}_v, \quad (5)$$

\mathbf{U} – ülekanndemaatriks (6)

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & -(x_p - x_v) & \vdots & \frac{(x_p - x_v)}{GA_Q} - \frac{(x_p - x_v)^3}{6EI_y} & -\frac{(x_p - x_v)^2}{2EI_y} \\ 0 & 1 & \vdots & \frac{(x_p - x_v)^2}{2EI_y} & \frac{(x_p - x_v)}{EI_y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & (x_p - x_v) & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ – koormusvektor.

Lisame võrranditele (4) pikijõudu N_L , N_L ja pikisiiret u_L , u_L (vt joonist 3) arvestavad liikmed, ning esitame võrrandid kujul (7).

Täis

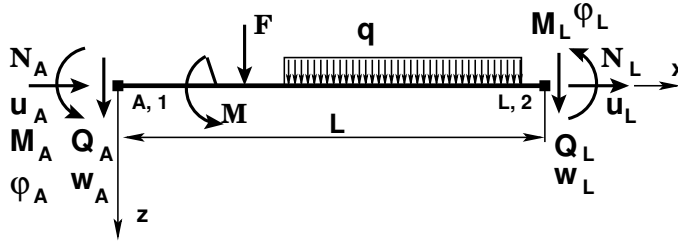


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 3. Varda jõudude ja siirete positiivsed suunad

Nimetame võrrandeid (7) *varda põhivõrranditeks*.

$$\mathbf{I} * \mathbf{Z}_L - \mathbf{U} \mathbf{Z}_A = \overset{\circ}{\mathbf{Z}}, \quad (7)$$

ehk

$$\widehat{\mathbf{I}} \widehat{\mathbf{U}} * \widehat{\mathbf{Z}} = \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (8)$$

kus \mathbf{I} on (6x6) ühikmaatriks, $\widehat{\mathbf{I}} \widehat{\mathbf{U}}$ (6x12) maatriks, mida saab arvutada GNU Octave funktsiooniga `ysplvmhvI(baasi0,x,l,EA,GAr,EJ)`

$\widehat{\mathbf{Z}}$ (9) koosneb varda lõpus ja alguses olevatest siiretest ning kontaktjõududest.

$$\widehat{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_L \\ \mathbf{Z}_A \end{bmatrix}, \quad (9)$$

siin \mathbf{Z}_L , \mathbf{Z}_A – varda lõpus ja alguses olevad siirded ning kontaktjõud. (10)

$$\mathbf{Z}_L = \begin{bmatrix} u_L \\ w_L \\ \varphi_L \\ \dots \\ N_L \\ Q_L \\ M_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_A = \begin{bmatrix} u_A \\ w_A \\ \varphi_A \\ \dots \\ N_A \\ Q_A \\ M_A \end{bmatrix}, \quad (10)$$

kus U on ülekan demaatriks (11)



kus U on ülekan demaatriks (11)

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -i_o * \frac{x}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x & 0 & i_o * \frac{x^3}{6EI_y} - i_o * \frac{x}{GA_{red}} & \frac{x^2}{2EI_y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -i_o * \frac{x^2}{2EI_y} & -i_o * \frac{x}{EI_y} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x & -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Koormusvektor $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ ühtlaselt jaotatud koormuse q (projektsioonid q_x ja q_z puhul on (12)),

$$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_q = \begin{bmatrix} -i_o * \frac{q_x * x^2}{2 * EA} \\ i_o * \frac{q_z * x^4}{24EI_y} \\ -i_o * \frac{q_z * x^3}{6EI_y} \\ -q_x * x \\ -q_z * x \\ -q_z * x^2 / 2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Koormusvektor $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ koondatud jõu korral (13)

$$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} -i_o * \frac{F_x * (x - x_a)_+}{EA} \\ i_o * \frac{F_z * (x - x_a)_+^3}{6EI_y} \\ -i_o * \frac{F_z * (x - x_a)_+^2}{2EI_y} \\ -F_x (x - x_a)_+^o \\ -F_z (x - x_a)_+^o \\ -F_z * (x - x_a)_+ \end{bmatrix} \quad (13)$$

siin $i_o = \frac{EI}{L}$ on baasjäikus, millega skaleeritakse siirded.

Ülekandemaatriksi (hõreda maatriksina) \mathbf{U} (11) saame arvutada GNU Octave funktsiooniga `ysplfhlin(baasi0,x,EA,GA,r,EJ)`.

Koormusvektoreid $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{q}}$, $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{F}}$ saab arvutada GNU Octave funktsioonidega `yzhqz(baasi0,Li,qx,qz,EA,EI)`,
`vFz=yzfzv(baasi0,Li,aLx,Fx,Fz,EA,EI)`.

Täis



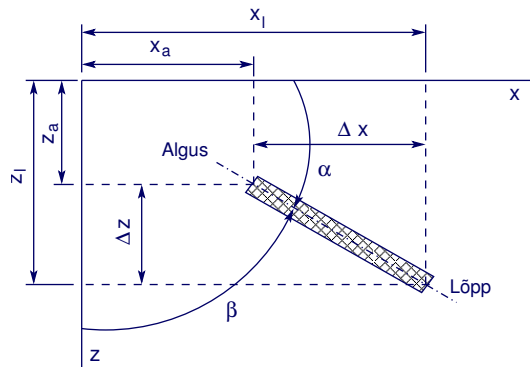
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Joonisel 4 on näidatud suunakoosinuste arvutamine.



Joonis 4. Varda suunakoosinused

$$\cos \alpha = \frac{\Delta x}{l} \quad \cos \beta = \frac{\Delta z}{l} \quad (14)$$

siin

$$\Delta x = x_L - x_A, \quad \Delta z = z_L - z_A, \quad l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta z)^2} \quad (15)$$

ja x_A , z_A , x_L , z_L on varda alguse ning lõpu koordinaadid.

Teisendusmaatriks \mathbf{T}_2 teisendab vektori kohalikest koordinaatidest üldkoordinaatidesse.

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\cos \beta \\ \cos \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

Võtame arvesse pöördenurga, siis on teisendusmaatriks \mathbf{T} järgmine

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\cos \beta & 0 \\ \cos \beta & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Täis



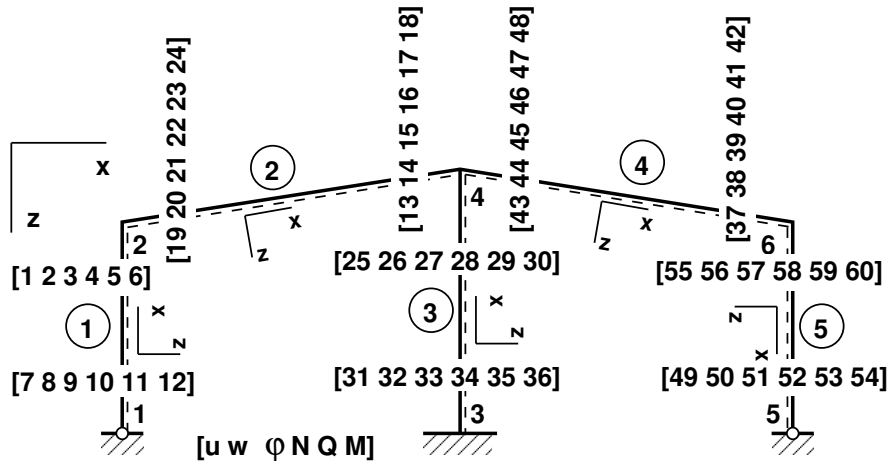
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami põhivõrrandid



Joonis 5. Raami tundmatute nummerdus

Raami põhivõrrandite arv $n = 6 * n_{elementi} = 6 * 5 = 30$, milles on $12 * 5 = 60$ tundmatut.

Võrrandisüsteemi struktuur (joonis 6).

Täis

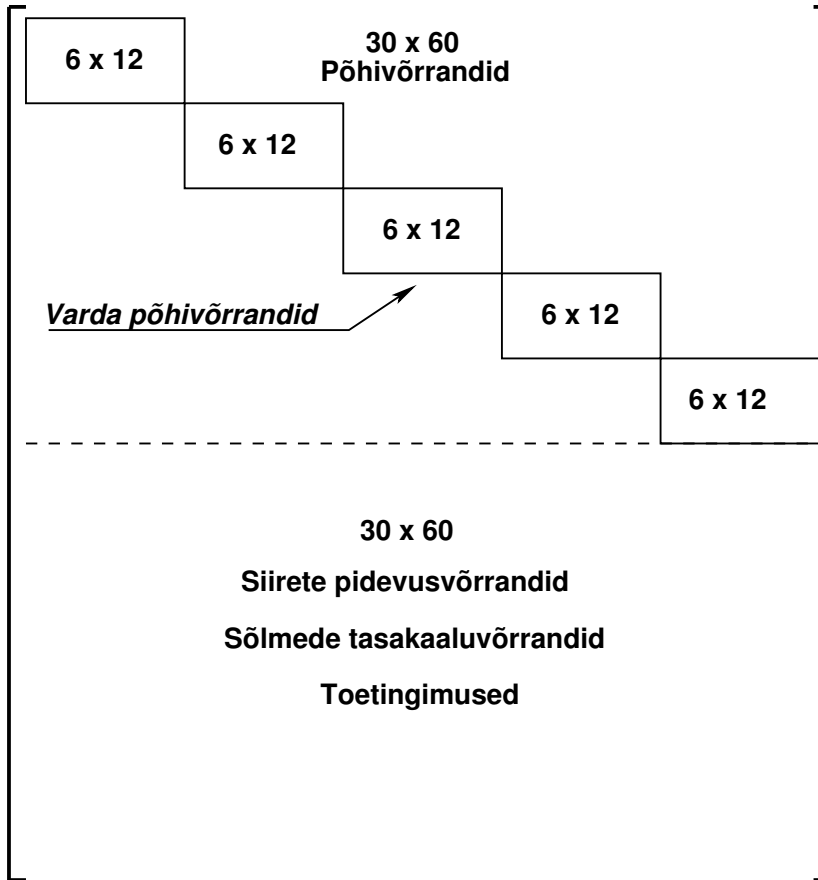


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 6. Võrrandisüsteemi struktuur

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Programm põhivõrrandite koostamiseks:

```
IIv=0;
IJv=0;
%
for i=1:NEARV % siin NEARV=5
krda=i;
EI=selem(i,13);
EA=selem(i,14);
GAR=selem(i,15);
Li=lvarras(i,1);
qx=qxZ(i,1);
qz=qzZ(i,1);
aLx=aLXx(i,1);
Fz=FZz(i,1);
Fx=FZx(i,1);
spvF=ysplvmhvI(baasi0,Li,Li,EA,GAR,EI); % Varda põhivõrrandite kordajad
vB=yzhqz(baasi0,Li,qx,qz,EA,EI); % Varda põhivõrrandite vabaliikmed
vFz=yzfzv(baasi0,Li,aLx,Fx,Fz,EA,EI); % Varda põhivõrrandite vabaliikmed
vB=vB+vFz;
IIv=krda*6-5;
IJv=krda*12-11;
spA=spInsertBtoA(spA,IIv,IJv,spvF); % Kordajate paidutamine süsteemi
B=InsertBtoA(B,NNK,1,IIv,1,vB,6,1); % Vabaliikmete paigutamine
endfor
```



17/48

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Põhivõrrandite kordajate väljatrükk:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 30, cols = 60, nnz = 95)

Element 1

(1, 1) -> 1	(2, 8) -> -1	(5, 11) -> 1
(2, 2) -> 1	(2, 9) -> 5.6000	(6, 11) -> 5.6000
(3, 3) -> 1	(3, 9) -> -1	(2, 12) -> -2.8000
(4, 4) -> 1	(1, 10) -> 4.3478e-12	(3, 12) -> 1
(5, 5) -> 1	(4, 10) -> 1	(6, 12) -> 1
(6, 6) -> 1	(2, 11) -> -5.2267	
(1, 7) -> -1	(3, 11) -> 2.8000	

Element 2

(7, 13) -> 1	(8, 20) -> -1	(11, 23) -> 1
(8, 14) -> 1	(8, 21) -> 9.1082	(12, 23) -> 9.1082
(9, 15) -> 1	(9, 21) -> -1	(8, 24) -> -3.7036
(10, 16) -> 1	(7, 22) -> 4.7837e-12	(9, 24) -> 0.81324
(11, 17) -> 1	(10, 22) -> 1	(12, 24) -> 1
(12, 18) -> 1	(8, 23) -> -11.244	
(7, 19) -> -1	(9, 23) -> 3.7036	

Element 3



18/48

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

(13, 25) -> 1
 (14, 26) -> 1
 (15, 27) -> 1
 (16, 28) -> 1
 (17, 29) -> 1
 (18, 30) -> 1
 (13, 31) -> -1

(14, 32) -> -1
 (14, 33) -> 7
 (15, 33) -> -1
 (13, 34) -> 5.4348e-12
 (16, 34) -> 1
 (14, 35) -> -10.208
 (15, 35) -> 4.3750

(17, 35) -> 1
 (18, 35) -> 7
 (14, 36) -> -4.3750
 (15, 36) -> 1.2500
 (18, 36) -> 1

Element 4

(19, 37) -> 1
 (20, 38) -> 1
 (21, 39) -> 1
 (22, 40) -> 1
 (23, 41) -> 1
 (24, 42) -> 1
 (19, 43) -> -1

(20, 44) -> -1
 (20, 45) -> 9.1082
 (21, 45) -> -1
 (19, 46) -> 4.7837e-12
 (22, 46) -> 1
 (20, 47) -> -11.244
 (21, 47) -> 3.7036

(23, 47) -> 1
 (24, 47) -> 9.1082
 (20, 48) -> -3.7036
 (21, 48) -> 0.81324
 (24, 48) -> 1

Element 5

(25, 49) -> 1
 (26, 50) -> 1
 (27, 51) -> 1
 (28, 52) -> 1
 (29, 53) -> 1
 (30, 54) -> 1
 (25, 55) -> -1

(26, 56) -> -1
 (26, 57) -> 5.6000
 (27, 57) -> -1
 (25, 58) -> 4.3478e-12
 (28, 58) -> 1
 (26, 59) -> -5.2267
 (27, 59) -> 2.8000

(29, 59) -> 1
 (30, 59) -> 5.6000
 (26, 60) -> -2.8000
 (27, 60) -> 1
 (30, 60) -> 1

Täis



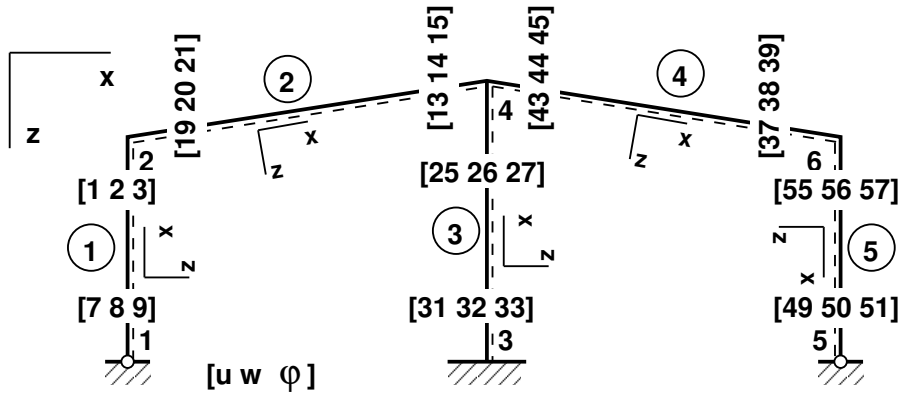
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Varraste siirete pidevus



Joonis 7. Raami siirete pidevus

Sõlmes 2 on varraste 1 ja 2 siirded pidevad.

$$\begin{matrix} 31 \\ 32 \\ 33 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.9881 & 0.1537 & 0 \\ -0.1537 & 0.9881 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{19} \\ Z_{20} \\ Z_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Võrrandid (18) paigutame konstruktsiooni tasakaaluvõrrandisse (28) alates reast 31. Tundmatute Z_1, Z_2, Z_3 kordajateks on varda 1 teisendusmaatriksi $spT1$ kordajad. Tundmatute Z_{19}, Z_{20}, Z_{21} kordajateks on varda 2 teisendusmaatriksi $spT2m$ kordajad. Siin teisendusmaatriks $spT1$ on hõreda maatriksina. Teisendusmaatriksi $spT2m$ kordajad on korrutatud läbi -1-ga. Need teisendusmaatriksid arvutab programm.

Arvutiprogrammis kasutame selleks GNU Octave funktsiooni `spInsertBtoA.m`

```
=====
%Siirete pidevuse võrrandid 31-33   % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spInsertBtoA(spA,31,1,spT1);   spA=spInsertBtoA(spA,31,19,spT2m);
```

Konstruktsiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükk on need kordajad järgmised:

```
(32, 1) -> -1
(31, 2) -> 1
(33, 3) -> 1
(31, 19) -> -0.98812
(32, 19) -> 0.15371
(31, 20) -> -0.15371
(32, 20) -> -0.98812
(33, 21) -> -1
```

Täis

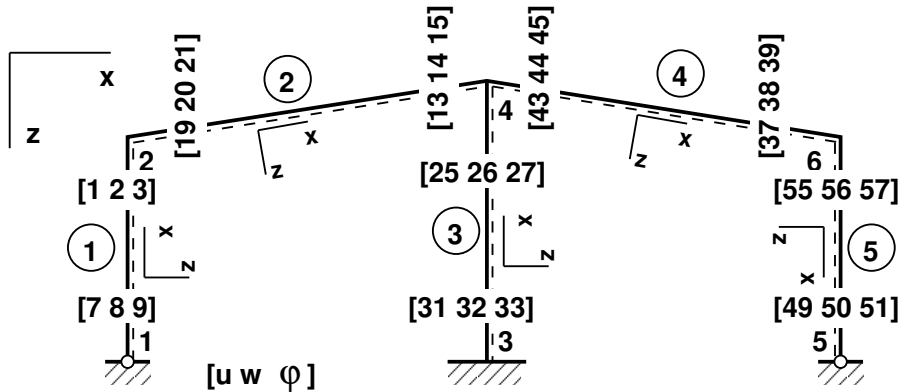


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 8. Raami siirete pidevus

Sõlmes 4 on varraste 2 ja 3 siirded pidevad.

$$\begin{matrix} 34 \\ 35 \\ 36 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9881 & 0.1537 & 0 \\ -0.1537 & 0.9881 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{13} \\ Z_{14} \\ Z_{15} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{25} \\ Z_{26} \\ Z_{27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Sõlmes 4 on varraste 3 ja 4 siirded pidevad.

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Sõlmes 4 on varraste 3 ja 4 siirded pidevad.

$$\begin{array}{l}
 37 \\
 38 \\
 39
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 0 & 1 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 Z_{25} \\
 Z_{26} \\
 Z_{27}
 \end{bmatrix}
 -
 \begin{bmatrix}
 0.9881 & -0.1537 & 0 \\
 0.1537 & 0.9881 & 0 \\
 0 & 0 & 1.0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 Z_{43} \\
 Z_{44} \\
 Z_{45}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (20)$$

Võrrandid (19) ja (20) paigutame konstruktsiooni tasakaaluvõrrandisse (28) alates reast 34 ja 37.

Arvutiprogrammis kasutame selleks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m

```

=====
%Siirete pidevuse võrrandid 34-36   % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spInsertBtoA(spA,34,13,spT2);  spA=spInsertBtoA(spA,34,25,spT3m);

=====
%Siirete pidevuse võrrandid 37-39   % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spInsertBtoA(spA,37,25,spT3);  spA=spInsertBtoA(spA,37,43,spT4m);

```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükk on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 39, cols = 45, nnz = 16)

(34, 13) -> 0.98812	(37, 26) -> 1
(35, 13) -> -0.15371	(36, 27) -> -1
(34, 14) -> 0.15371	(39, 27) -> 1
(35, 14) -> 0.98812	(37, 43) -> -0.98812
(36, 15) -> 1	(38, 43) -> -0.15371
(35, 25) -> 1	(37, 44) -> 0.15371
(38, 25) -> -1	(38, 44) -> -0.98812
(34, 26) -> -1	(39, 45) -> -1



Täis

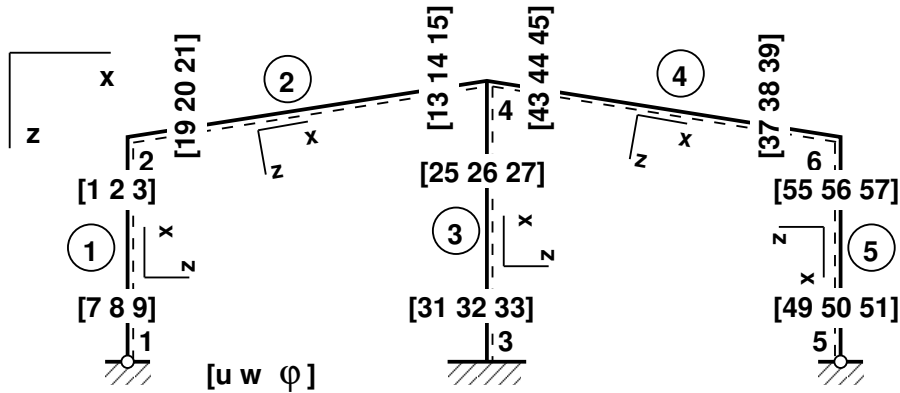


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 9. Raami siirete pidevus

Sõlmes 6 on varraste 4 ja 5 siirded pidevad.

$$\begin{matrix} 40 \\ 41 \\ 42 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9881 & -0.1537 & 0 \\ 0.1537 & 0.9881 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{37} \\ Z_{38} \\ Z_{39} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{55} \\ Z_{56} \\ Z_{67} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame selleks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m



26/48

```
=====  
%Siirete pidevuse võrrandid 40-42   % vabaliikmete vektor on nullitud  
=====  
spA=spInsertBtoA(spA,40,37,spT4); spA=spInsertBtoA(spA,40,55,spT5m);
```

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükkis on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 42, cols = 57, nnz = 8)

(40, 37) -> 0.98812	(42, 39) -> 1
(41, 37) -> 0.15371	(41, 55) -> -1
(40, 38) -> -0.15371	(40, 56) -> 1
(41, 38) -> 0.98812	(42, 57) -> -1

Täis



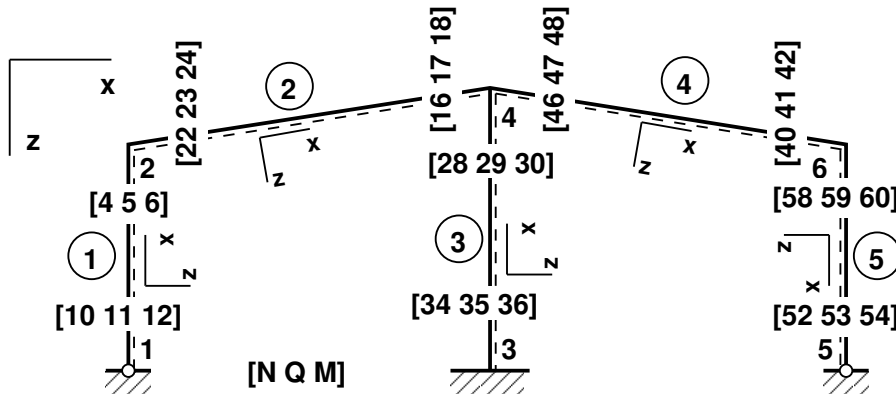
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami sõlmede tasakaal



Joonis 10. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 2 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 43 \\ 44 \\ 45 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9881 & 0.1537 & 0 \\ -0.1537 & 0.9881 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{22} \\ Z_{23} \\ Z_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m



```
=====  
% Sõlme 2 tasakaaluvõrrandid 43-45  
=====  
spA=spInsertBtoA(spA,43,4,spT1);   spA=spInsertBtoA(spA,43,22,spT2);  
B(43:45,1)=s2F(1:3,1);           % sõlme 2 koormus s2F(1:3,1)
```

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükkis on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 45, cols = 24, nnz = 8)

(44, 4) -> -1	(44, 22) -> -0.15371
(43, 5) -> 1	(43, 23) -> 0.15371
(45, 6) -> 1	(44, 23) -> 0.98812
(43, 22) -> 0.98812	(45, 24) -> 1

Täis

◀◀

▶▶

◀

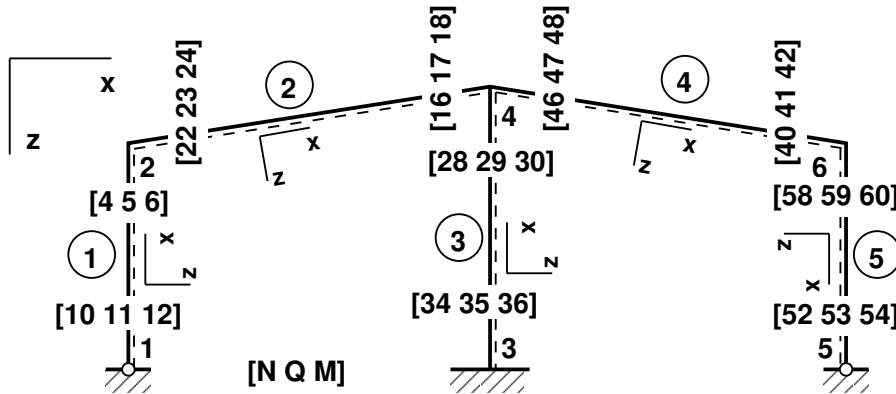
▶

Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 11. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 4 on tasakaalus

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} 46 \\ 47 \\ 48 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9881 & 0.1537 & 0 \\ -0.1537 & 0.9881 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{16} \\ Z_{17} \\ Z_{18} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{28} \\ Z_{29} \\ Z_{30} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} 0.9881 & -0.1537 & 0 \\ 0.1537 & 0.9881 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{46} \\ Z_{47} \\ Z_{48} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)
 \end{aligned}$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m



30/48

```
=====
% Sõlmede tasakaaluvõrrandid 46-48
=====
spA=spInsertBtoA(spA,46,16,spT2);   spA=spInsertBtoA(spA,46,28,spT3);
spA=spInsertBtoA(spA,46,46,spT4);   % siin oli kolm varrast
B(46:48,1)=s4F(1:3,1);              % sõlme 4 koormus
```

Konstruktsiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükkis on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 48, cols = 48, nnz = 13)

(46, 16) -> 0.98812	(48, 30) -> 1
(47, 16) -> -0.15371	(46, 46) -> 0.98812
(46, 17) -> 0.15371	(47, 46) -> 0.15371
(47, 17) -> 0.98812	(46, 47) -> -0.15371
(48, 18) -> 1	(47, 47) -> 0.98812
(47, 28) -> -1	(48, 48) -> 1
(46, 29) -> 1	

Täis

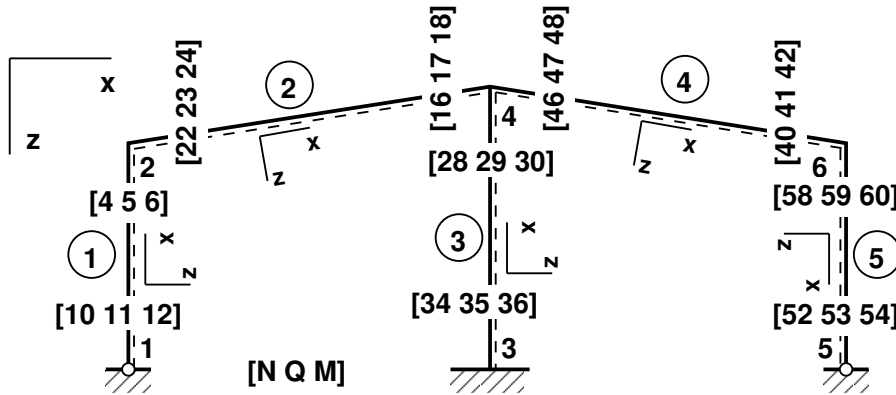


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 12. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 6 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 49 \\ 50 \\ 51 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9881 & -0.1537 & 0 \\ 0.1537 & 0.9881 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{40} \\ Z_{41} \\ Z_{42} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{58} \\ Z_{59} \\ Z_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m



32/48

```
=====
% Sõlmede tasakaaluvõrrandid 49-51
=====
spA=spInsertBtoA(spA,49,40,spT4); spA=spInsertBtoA(spA,49,58,spT5);
B(49:51,1)=s6F(1:3,1);           % sõlme 6 koormus s6F(1:3,1);
```

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükkis on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 51, cols = 60, nnz = 8)

(49, 40) -> 0.98812	(51, 42) -> 1
(50, 40) -> 0.15371	(50, 58) -> 1
(49, 41) -> -0.15371	(49, 59) -> -1
(50, 41) -> 0.98812	(51, 60) -> 1

Täis



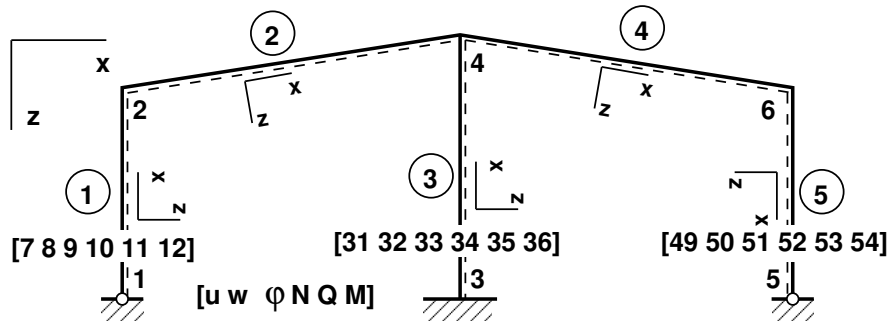
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami toetingimused



Joonis 13. Raami toetingimused

Tugi 1

$$\begin{matrix} 52 \\ 53 \\ 54 \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_7 \\ Z_8 \\ Z_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Täis

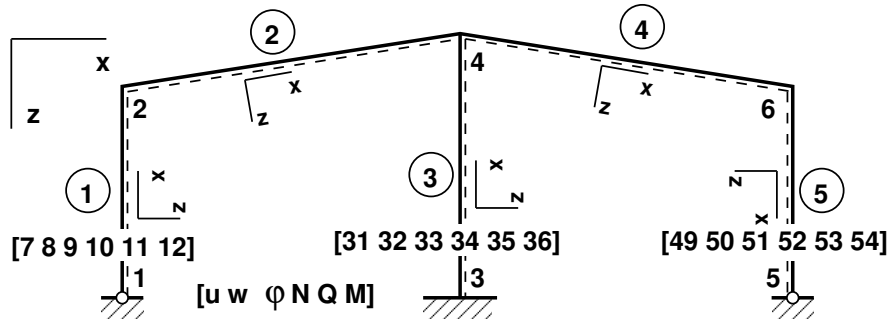


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 14. Raami toetingimused

Tugi 2

$$\begin{matrix} 55 \\ 56 \\ 57 \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_{31} \\ Z_{32} \\ Z_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Tugi 3

$$\begin{matrix} 58 \\ 59 \\ 60 \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_{49} \\ Z_{50} \\ Z_{54} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spSisestaArv.m



35/48

```
=====
% Toetingimused 52-60   % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spSisestaArv(spA,52,7,1);      % toesõlm 1
spA=spSisestaArv(spA,53,8,1);      spA=spSisestaArv(spA,54,12,1);
spA=spSisestaArv(spA,55,31,1);     % toesõlm 3
spA=spSisestaArv(spA,56,32,1);     spA=spSisestaArv(spA,57,33,1);
spA=spSisestaArv(spA,58,49,1);     % toesõlm 5
spA=spSisestaArv(spA,59,50,1);     spA=spSisestaArv(spA,60,54,1);
```

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükkis on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 60, cols = 54, nnz = 9)

(52, 7) -> 1	(57, 33) -> 1
(53, 8) -> 1	(58, 49) -> 1
(54, 12) -> 1	(59, 50) -> 1
(55, 31) -> 1	(60, 54) -> 1
(56, 32) -> 1	

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Hõreda võrrandisüsteemi (28)

$$\text{spA} * \mathbf{Z} = \mathbf{B} \quad (28)$$

lahendame GNU Octavega järgmise käsuga:

```
Z=spA\B; % Võrrandisüsteemi spA*Z=B lahend
```

Varraste alguses olevad siirded jagame baasjäikusega i_o
Varraste algparameetrid on järgmised:

```
=====
```

Algparameetrid skaleerimata

Varda Nr	u	w	fi	N	Q	M
1	0.000e+00	0.000e+00	1.189e-02	22.670	12.850	0.000
2	-4.721e-02	-7.343e-03	1.815e-03	16.182	-20.426	71.959
3	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	-4.870	27.275	-102.642
4	-4.721e-02	7.343e-03	2.513e-03	39.371	-7.946	46.197
5	-2.192e-15	4.778e-02	2.340e-04	-1.800	-40.125	-26.181

```
=====
```

Siirded ja sisejõud ristlõikes leiame avaldisega (29)

$$\mathbf{Z}_x = \mathbf{U}\mathbf{Z}_A + \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (29)$$

kus \mathbf{Z}_x on siirded ja kontaktjõud ristlõikes x, \mathbf{Z}_A – algparameetrid.



Väljavõtte programmist siirete ja sisejõudude arvutamiseks.

```
mitmeks=4;
for i=1:NEARV
    krda=i;
    vF=zeros(6,12);
    EI=selem(i,13); % topoloogilisest kirjeldusest
    EA=selem(i,14); % " "
    GAr=selem(i,15); % " "
    Li=lvarras(i,1);
    qx=qxZ(i,1);
    qz=qzZ(i,1);
    aLx=aLXx(i,1);
    Fz=FZz(i,1);
    Fx=FZx(i,1);
    xsamm=Li/mitmeks; % varda neljandikel sisejõud
    xx=0;
    AP=AlgPar(i,:)'; % Algparameetrid
    for ij=1:mitmeks+1 % 5 - sisejõud ka varda algul xx=0
        vvF=yflhlin(1.0,xx,EA,GAr,EI);
        vvB=yzhqz(1.0,xx,qx,qz,EA,EI);
        vvFz=yzfvz(1.0,xx,aLx,Fx,Fz,EA,EI);
        Fvv(:,ij)=vvF*AP+vvB+vvFz;
        xx=xx+xsamm;
    endfor
    %%% Jätukub tulemuste väljatrükk %%%
```



```

VardaNr=i;
    disp(sprintf('%15s %2i %17s %8.5f %28s', 'Sisejõud vardas',VardaNr,'
    varda pikkus on',Li,' varras on jaotatud neljaks'))
    %
for i=1:3
    disp(sprintf('%14s %9.5e    %9.5e    %9.5e    %9.5e    %9.5e',suurused(i,:),
    Fvv(i,1),    Fvv(i,2),    Fvv(i,3),    Fvv(i,4),    Fvv(i,5)))
endfor
    %
for i=4:6
    disp(sprintf('%14s %9.5f    %9.5f    %9.5f    %9.5f    %9.5f',suurused(i,:),
    Fvv(i,1),    Fvv(i,2),    Fvv(i,3),    Fvv(i,4),    Fvv(i,5)))
endfor
    %disp('-----')
endfor

```

Täis



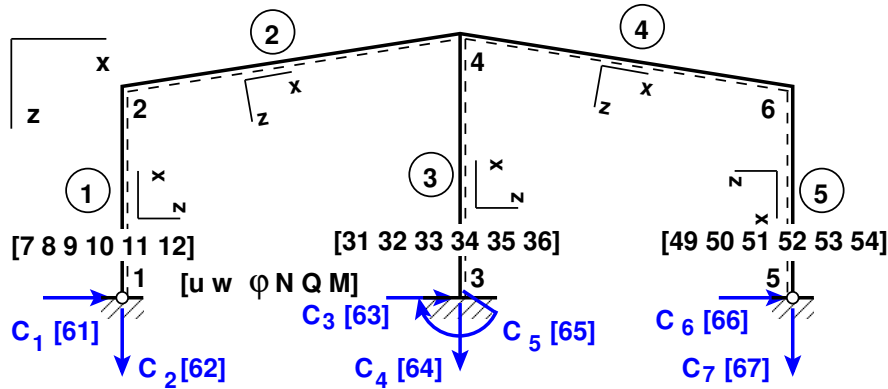
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami toereaktsioonid



Joonis 15. Raami toereaktsioonid

Toereaktsioonide leidmiseks suurendame võrrandisüsteemi $Z_{61} - Z_{67}$ ($C_1 = Z_{61}$, $C_7 = Z_{67}$).

Sõlm 1 on tasakaalus

$${}_{61}^{62} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{10} \\ Z_{11} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{61} \\ Z_{62} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Sõlm 3 on tasakaalus

$$\begin{array}{l}
 63 \\
 64 \\
 65
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 0 & 1 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 Z_{34} \\
 Z_{35} \\
 Z_{36}
 \end{bmatrix}
 -
 \begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 Z_{63} \\
 Z_{64} \\
 Z_{65}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (31)$$

Sõlm 5 on tasakaalus

$$\begin{array}{l}
 66 \\
 67
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 0 & -1 \\
 1 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 Z_{52} \\
 Z_{53}
 \end{bmatrix}
 -
 \begin{bmatrix}
 1 & 0 \\
 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 Z_{66} \\
 Z_{67}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (32)$$

Arvutiprogrammis kasutame toereaktsioonide sisestamiseks GNU Octave funktsiooni `spInsertBtoA.m`

```
=====
```

```
% Sõlmede 1, 3 , 5 tasakaaluvõrrandid 61-67
```

```
=====
```

```
spA=spInsertBtoA(spA,61,10,spT12);   spA=spInsertBtoA(spA,61,61,spTY2m);
spA=spInsertBtoA(spA,63,34,spT3);    spA=spInsertBtoA(spA,63,63,spTYm);
spA=spInsertBtoA(spA,66,52,spT52);   spA=spInsertBtoA(spA,66,66,spTY2m);
```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükk on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 67, cols = 67, nnz = 14)

(62, 10) -> -1	(61, 61) -> -1
(61, 11) -> 1	(62, 62) -> -1
(64, 34) -> -1	(63, 63) -> -1
(63, 35) -> 1	(64, 64) -> -1
(65, 36) -> 1	(65, 65) -> -1
(67, 52) -> 1	(66, 66) -> -1
(66, 53) -> -1	(67, 67) -> -1

Võrrandisüsteemi lahendamisel saame toereaktsioonide väärtused.

61	1.2850e+01	% C1	65	-1.0264e+02	% C5
62	-2.2670e+01	% C2	66	4.9475e+01	% C6
63	2.7275e+01	% C3	67	1.8004e+00	% C7
64	4.8701e+00	% C4			

Täis



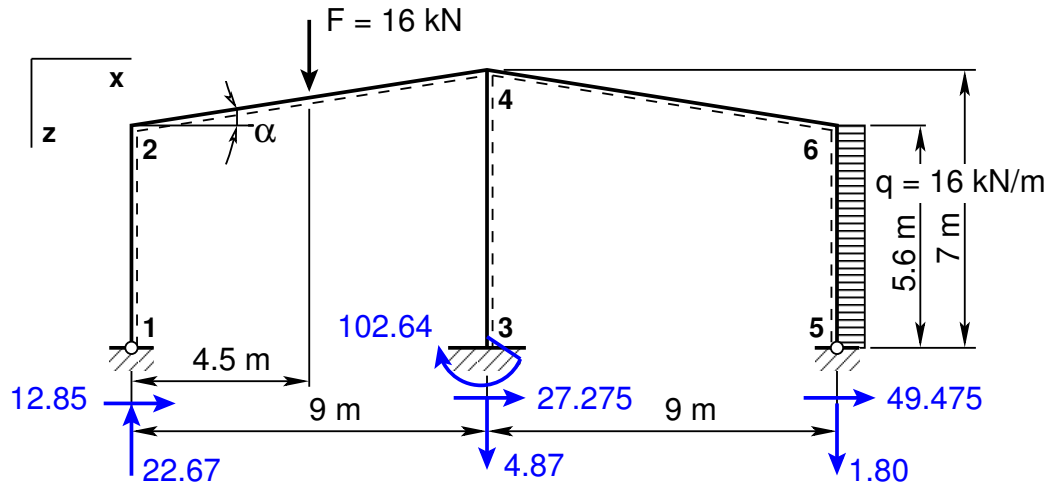
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami staatikaline kontroll



Joonis 16. Raami staatikaline kontroll

$$\Sigma X = 0; \quad 12.85 + 27.275 + 49.475 - 16 * 5.6 = 0$$

$$\Sigma Z = 0; \quad 16.0 - 22.67 + 4.87 + 1.80 = 0$$

(33)

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

$$\begin{aligned}\Sigma M_1 = 0; & -16.0 * 4.5 - 4.8701 * 9.0 - 102.64244 - \\ & -1.800378 * 18.0 + 16.0 * 5.6 * 2.8 = \\ & = -2.84 * 10^{-14} [kNm] \approx 0\end{aligned}\quad (34)$$



Täis



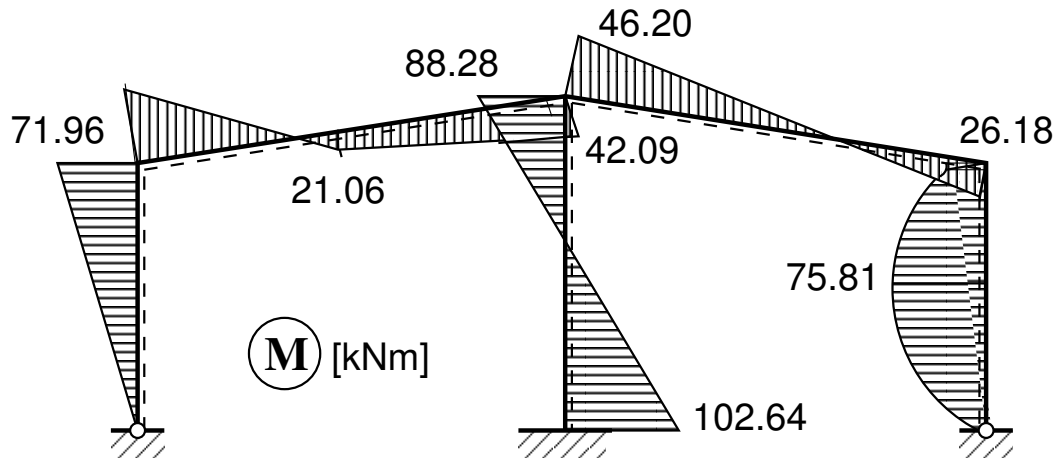
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami paindemomendi epüür



Joonis 17. Raami paindemoment M

Täis



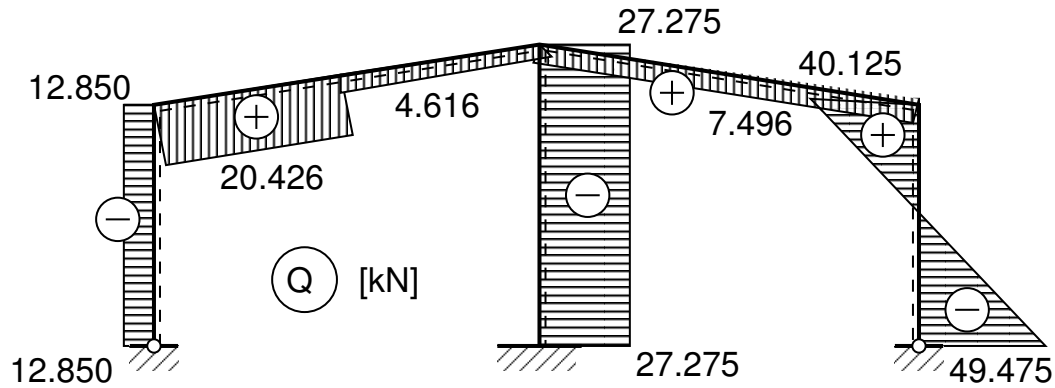
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami põikjõu epüür



Joonis 18. Raami põikjõud Q

Täis



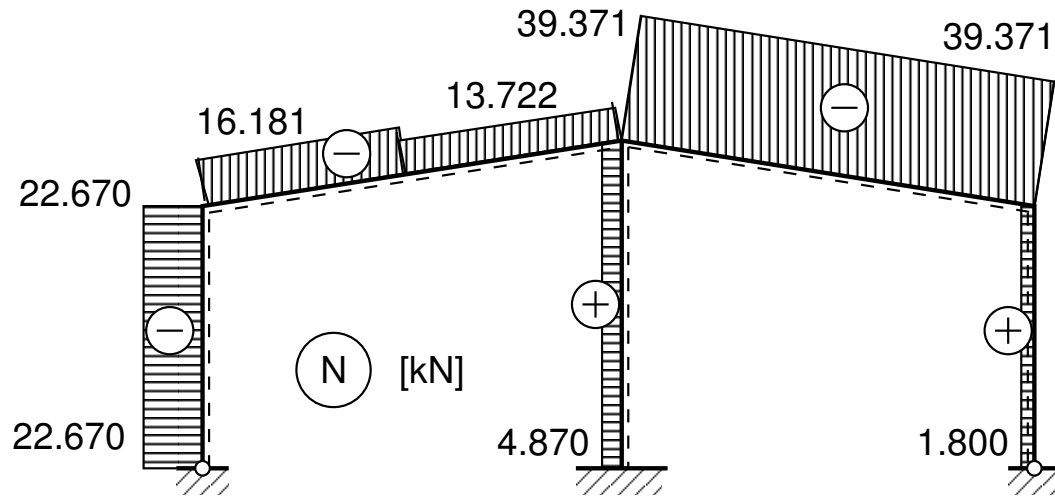
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami normaaljõu epüür



Joonis 19. Raami normaaljõud N

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Viited

1. EST meetod:

A. Lahe. The transfer matrix and the boundary element method, Proc. Estonian Acad. Sci. Engng., 1997, 3, 1. p. 3–12. ¹

2. Raami arvutamise programm EST meetodiga:

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spRaamEST93R.m>

Kasutatud funktsioone:

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/ysplvfmhVI.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/yzhqz.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/yzfzv.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spInsertBtoA.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spSisestaArv.m>

¹http://books.google.ee/books?id=ghco7svk5T4C&pg=PA3&lpg=PA3&dq=Andres+Lahe&source=bl&ots=3SFfo4UCES&sig=_XLUez-SfW2FVYGRx8v2LVm16V8&hl=et&ei=YQaFTMeIEoWc00yCyNwP&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=5&ved=OCBOQ6AEwBDgK#v=onepage&q=Andres%20Lahe&f=false



<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/yfhlIn.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/InsertBtoA.m>

48/48

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta