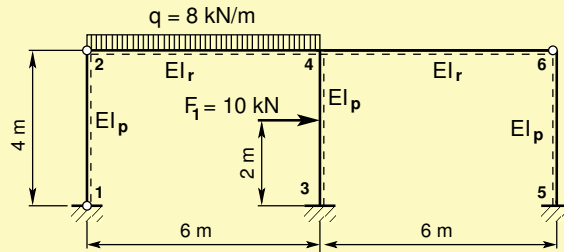


Ehitusmehaanika. EST meetod

Staatikaga määratud kahe avaga raam



Andres Lahe
 Mehaanikainstituut
 Tallinna Tehnikaülikool

Tallinn 2010

Sisukord

1	Ülesanne	4
2	Sissejuhatus	5
3	Raami põhivõrrandid	14
4	Varraste siirete pidevus	19
5	Raami sõlmede tasakaal	24
6	Raami kõrval- ja toetingimused	32
7	Raami staatikaline kontroll	39
8	Raami paindemomendi epüür	40
9	Raami põikjõu epüür	41

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

10 Raami normaaljõu epüür

42

11 Viited

43



3/44

Täis



Tagasi

Edasi

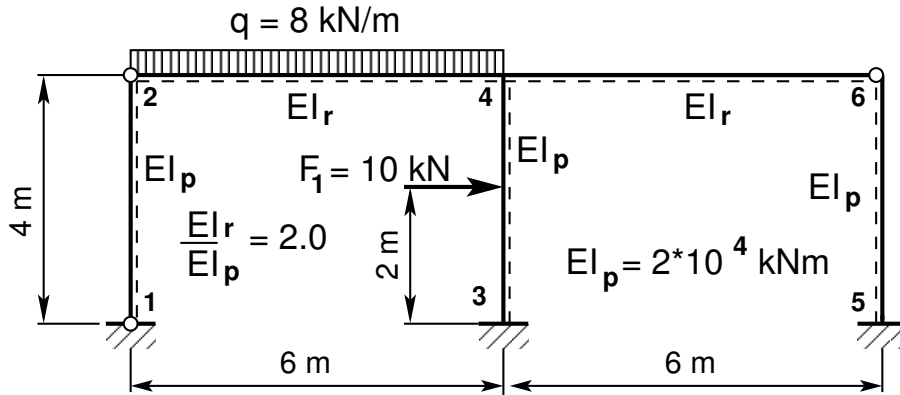
Sulge

Lõpeta

Ülesanne

Koostada joonisel 1 näidatud raamile paindemomendi, põikjõu ja pikijõu epüürid EST meetodiga.

Raami posti ristlõike paindejäikus on $EI_p = 2 * 10^4 \text{ kNm}^2$ ja raa-



Joonis 1. Kahe avaga raam

mi riivi ristlõike paindejäikus $EI_r = 2.0EI_p$, posti ristlõike pikijäikus $EA_p = 4.6 * 10^6 \text{ kN}$, $EA_r = 8.8 * 10^6 \text{ kN}$, posti ristlõike lõikejäikus $GA_{rp} = 0.4EA_p$, $GA_{rr} = 0.4EA_r$.

Täis



Tagasi

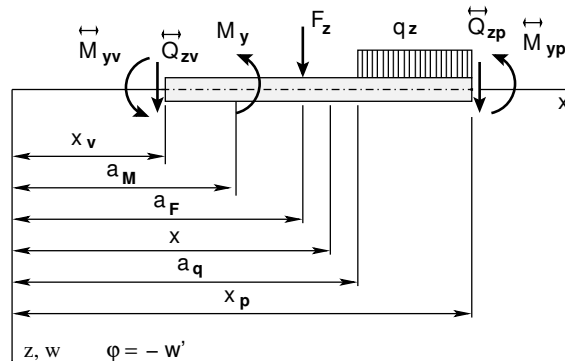
Edasi

Sulge

Lõpeta

Sissejuhatus

Joonisel 2 on näidatud varda jõudude ja siirete positiivsed suunad vastavalt teisele märgikokkuleppele



Joonis 2. Universaalvõrrand

$$\begin{aligned}
 w_p = w_v - (\varphi_y)_v x + \frac{1}{EI_y} \sum \mathcal{M}_y \frac{(x_p - a_M)_+^2}{2!} + \\
 + \frac{1}{EI_y} \sum F_z \frac{(x_p - a_F)_+^3}{3!} + \frac{1}{EI_y} \sum q_z \frac{(x_p - a_q)_+^4}{4!}
 \end{aligned} \quad (1)$$

Elastse joone universaalvõrrandis (1) on järgmised tähistused:

EI_y – varda ristlõike jäikus,

\mathcal{M}_y – momentkoormus,

F_z – koondatud jõud,

q_z – ühtlaselt jaotatud koormus

Võtame avaldisest (1) tuletised ja võtame kasutusele tähistused (2)

$$w_0 = w_0, \quad w'_0 = -\varphi_0, \quad w''_0 = -\frac{M_y}{EI}, \quad w'''_0 = -\frac{Q_z}{EI} \quad (2)$$

Kirjutame saadud võrrandid välja maatrikskujul (3)

$$\mathbf{Z}_p = \mathbf{U}\mathbf{Z}_v + \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (3)$$

kus \mathbf{Z}_p , \mathbf{Z}_v on tala lõpus ja alguses olevad siirded ning sisejõud (4)

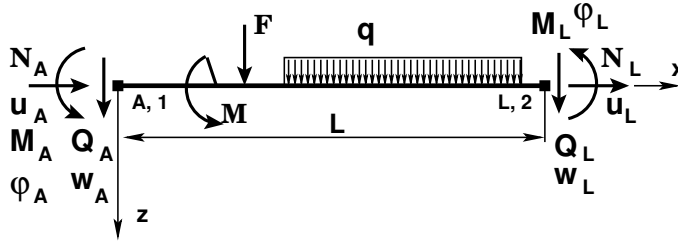
$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} w \\ \varphi_y \\ \dots \\ Q_z \\ M_y \end{bmatrix}_p, \quad \mathbf{Z}_v = \begin{bmatrix} w \\ \varphi_y \\ \dots \\ Q_z \\ M_y \end{bmatrix}_v, \quad (4)$$

\mathbf{U} – ülekanndemaatriks (5)

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & -(x_p - x_v) & \vdots & \frac{(x_p - x_v)}{GA_Q} - \frac{(x_p - x_v)^3}{6EI_y} & -\frac{(x_p - x_v)^2}{2EI_y} \\ 0 & 1 & \vdots & \frac{(x_p - x_v)^2}{2EI_y} & \frac{(x_p - x_v)}{EI_y} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & (x_p - x_v) & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ – koormusvektor.

Lisame võrranditele (3) pikijõude N_L , N_L ja pikisiirdeid u_L , u_L (vt joonist 3) arvestavad liikmed, ning esitame võrrandid kujul (6).



Joonis 3. Varda jõudude ja siirete positiivsed suunad

Nimetame võrrandeid (6) *varda põhivõrranditeks*.

$$\mathbf{I} * \mathbf{Z}_L - \mathbf{U} \mathbf{Z}_A = \overset{\circ}{\mathbf{Z}}, \quad (6)$$

ehk

$$\widehat{\mathbf{I}} \mathbf{U} * \widehat{\mathbf{Z}} = \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (7)$$

kus \mathbf{I} on (6x6) ühikmaatriks, $\widehat{\mathbf{I}} \mathbf{U}$ (6x12) maatriks, mida saab arvutada GNU Octave funktsiooniga `ysplvmhvI(baasi0,x,l,EA,GAr,EJ)`

Koormusvektor $\widehat{\mathbf{Z}}$ (8) koosneb varda lõpus ja alguses olevatest siiretest ning kontaktjõududest.

$$\widehat{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_L \\ \mathbf{Z}_A \end{bmatrix}, \quad (8)$$

siin \mathbf{Z}_L , \mathbf{Z}_A – varda lõpus ja alguses olevad siirded ning kontaktjõud. (9)

$$\mathbf{Z}_L = \begin{bmatrix} u_L \\ w_L \\ \varphi_L \\ \dots \\ N_L \\ Q_L \\ M_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_A = \begin{bmatrix} u_A \\ w_A \\ \varphi_A \\ \dots \\ N_A \\ Q_A \\ M_A \end{bmatrix}, \quad (9)$$

kus U on ülekan demaatriks (10)

kus U on ülekan demaatriks (10)

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -i_o * \frac{x}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x & 0 & i_o * \frac{x^3}{6EI_y} - i_o * \frac{x}{GA_{red}} & \frac{x^2}{2EI_y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -i_o * \frac{x^2}{2EI_y} & -i_o * \frac{x}{EI_y} \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Koormusvektor $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ ühtlaselt jaotatud koormuse q (projektsioonid q_x ja q_z) puhul on (11),

$$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_q = \begin{bmatrix} -i_o * \frac{q_x * x^2}{2 * EA} \\ i_o * \frac{q_z * x^4}{24EI_y} \\ -i_o * \frac{q_z * x^3}{6EI_y} \\ -q_x * x \\ -q_z * x \\ -q_z * x^2 / 2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Koormusvektor $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}$ koondatud jõu korral (12)

$$\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} -i_o * \frac{F_x * (x - x_a)_+}{EA} \\ i_o * \frac{F_z * (x - x_a)_+^3}{6EI_y} \\ -i_o * \frac{F_z * (x - x_a)_+^2}{2EI_y} \\ -F_x (x - x_a)_+^o \\ -F_z (x - x_a)_+^o \\ -F_z * (x - x_a)_+ \end{bmatrix} \quad (12)$$

siin $i_o = \frac{EI}{L}$ on baasjäikus, millega skaleeritakse siirded.

Ülekandemaatriksi (hõreda maatriksina) \mathbf{U} (10) saame arvutada GNU Octave funktsiooniga `ysplfhlin(baasi0,x,EA,GAr,EJ)`.

Koormusvektoreid $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{q}}$, $\overset{\circ}{\mathbf{Z}}_{\mathbf{F}}$ saab arvutada GNU Octave funktsioonidega `yzhqz(baasi0,Li,qx,qz,EA,EI)`,
`vFz=yzfzv(baasi0,Li,aLx,Fx,Fz,EA,EI)`.

Täis



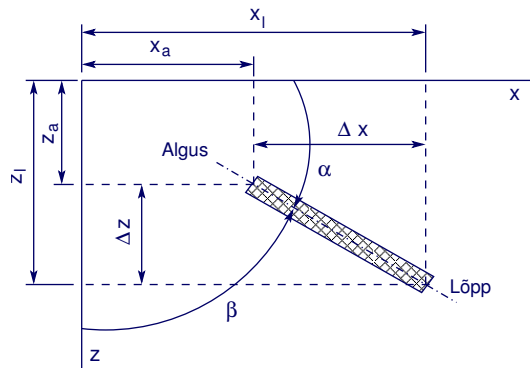
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Joonisel 4 on näidatud suunakoosinuste arvutamine.



Joonis 4. Varda suunakoosinused

$$\cos \alpha = \frac{\Delta x}{l} \quad \cos \beta = \frac{\Delta z}{l} \quad (13)$$

siin

$$\Delta x = x_L - x_A, \quad \Delta z = z_L - z_A, \quad l = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta z)^2} \quad (14)$$

ja x_A , z_A , x_L , z_L on varda alguse ning lõpu koordinaadid.

Teisendusmaatriks \mathbf{T}_2 teisendab vektori kohalikest koordinaatidest üldkoordinaatidesse.

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\cos \beta \\ \cos \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (15)$$

Võtame arvesse pöördenurga, siis on teisendusmaatriks \mathbf{T} järgmine

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\cos \beta & 0 \\ \cos \beta & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Täis



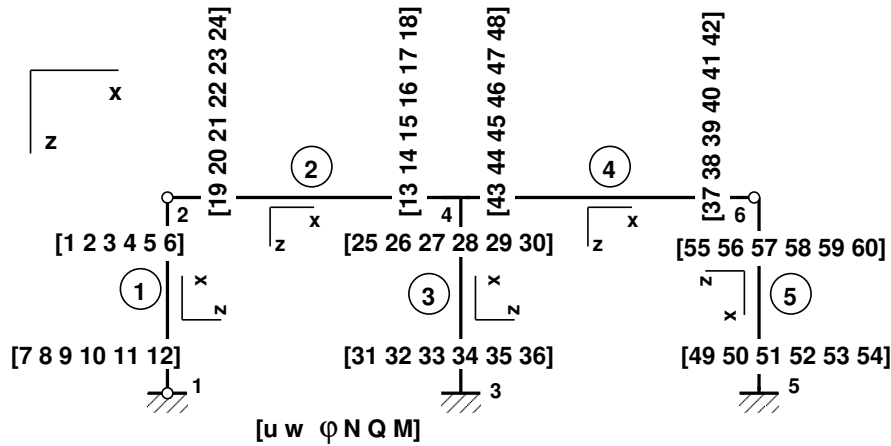
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami põhivõrrandid



Joonis 5. Raami tundmatute nummerdus

Raami *põhivõrrandite* arv $n = 6 \cdot n_{\text{elementi}} = 6 \cdot 5 = 30$, milles on $12 \cdot 5 = 60$ tundmatut.

Võrrandisüsteemi struktuur (joonis 6).

Täis

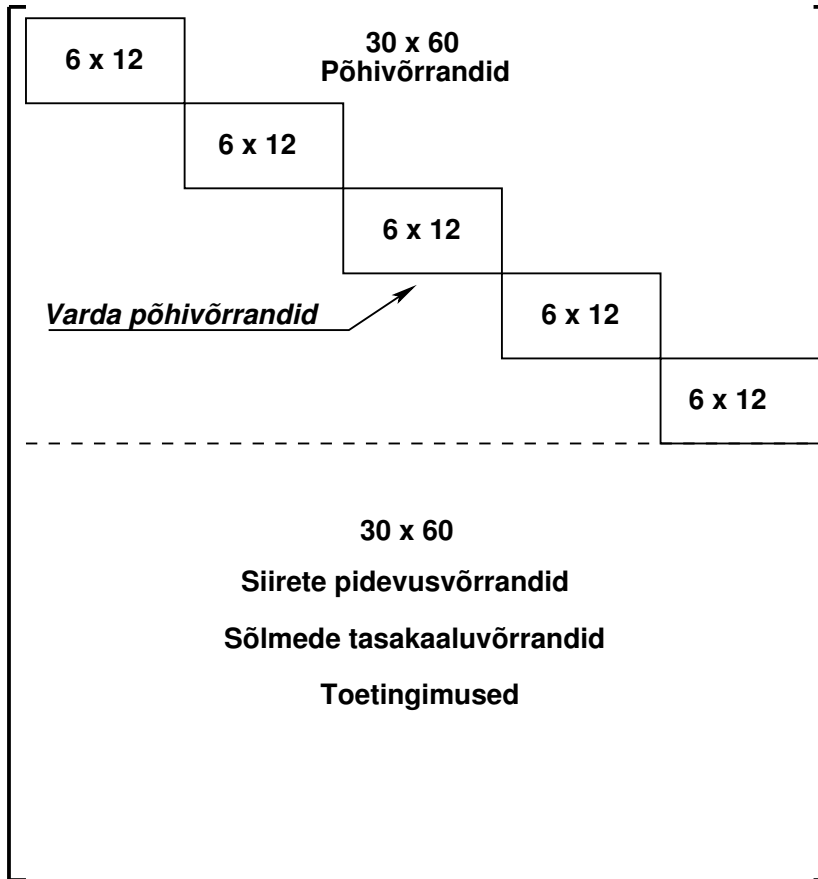


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 6. Võrrandisüsteemi struktuur

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Programm põhivõrrandite koostamiseks:

```
IIv=0;
IJv=0;
%
for i=1:NEARV % siin NEARV=5
krda=i;
EI=selem(i,13);
EA=selem(i,14);
GAR=selem(i,15);
Li=lvarras(i,1);
qx=qxZ(i,1);
qz=qzZ(i,1);
aLx=aLXx(i,1);
Fz=FZz(i,1);
Fx=FZx(i,1);
spvF=ysplvmhvI(baasi0,Li,Li,EA,GAR,EI); % Varda põhivõrrandite kordajad
vB=yzhqz(baasi0,Li,qx,qz,EA,EI); % Varda põhivõrrandite vabaliikmed
vFz=yzfzv(baasi0,Li,aLx,Fx,Fz,EA,EI); % Varda põhivõrrandite vabaliikmed
vB=vB+vFz;
IIv=krda*6-5;
IJv=krda*12-11;
spA=spInsertBtoA(spA,IIv,IJv,spvF); % Kordajate paidutamine süsteemi
B=InsertBtoA(B,NNK,1,IIv,1,vB,6,1); % Vabaliikmete paigutamine
endfor
```



16/44

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Põhivõrrandite kordajate väljatrükk:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 30, cols = 60, nnz = 95)

Element 1

(1, 1) -> 1	(2, 8) -> -1	(5, 11) -> 1
(2, 2) -> 1	(2, 9) -> 4	(6, 11) -> 4
(3, 3) -> 1	(3, 9) -> -1	(2, 12) -> -2
(4, 4) -> 1	(1, 10) -> 0.0043478	(3, 12) -> 1
(5, 5) -> 1	(4, 10) -> 1	(6, 12) -> 1
(6, 6) -> 1	(2, 11) -> -2.6667	
(1, 7) -> -1	(3, 11) -> 2	

Element 2

(7, 13) -> 1	(8, 20) -> -1	(11, 23) -> 1
(8, 14) -> 1	(8, 21) -> 6	(12, 23) -> 6
(9, 15) -> 1	(9, 21) -> -1	(8, 24) -> -2.2500
(10, 16) -> 1	(7, 22) -> 0.0044118	(9, 24) -> 0.75000
(11, 17) -> 1	(10, 22) -> 1	(12, 24) -> 1
(12, 18) -> 1	(8, 23) -> -4.5000	
(7, 19) -> -1	(9, 23) -> 2.2500	

Element 3



17/44

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

(13, 25) \rightarrow 1
 (14, 26) \rightarrow 1
 (15, 27) \rightarrow 1
 (16, 28) \rightarrow 1
 (17, 29) \rightarrow 1
 (18, 30) \rightarrow 1
 (13, 31) \rightarrow -1

(14, 32) \rightarrow -1
 (14, 33) \rightarrow 4
 (15, 33) \rightarrow -1
 (13, 34) \rightarrow 0.0043478
 (16, 34) \rightarrow 1
 (14, 35) \rightarrow -2.6667
 (15, 35) \rightarrow 2

(17, 35) \rightarrow 1
 (18, 35) \rightarrow 4
 (14, 36) \rightarrow -2
 (15, 36) \rightarrow 1
 (18, 36) \rightarrow 1

Element 4

(19, 37) \rightarrow 1
 (20, 38) \rightarrow 1
 (21, 39) \rightarrow 1
 (22, 40) \rightarrow 1
 (23, 41) \rightarrow 1
 (24, 42) \rightarrow 1
 (19, 43) \rightarrow -1

(20, 44) \rightarrow -1
 (20, 45) \rightarrow 6
 (21, 45) \rightarrow -1
 (19, 46) \rightarrow 0.0044118
 (22, 46) \rightarrow 1
 (20, 47) \rightarrow -4.5000
 (21, 47) \rightarrow 2.2500

(23, 47) \rightarrow 1
 (24, 47) \rightarrow 6
 (20, 48) \rightarrow -2.2500
 (21, 48) \rightarrow 0.75000
 (24, 48) \rightarrow 1

Element 5

(25, 49) \rightarrow 1
 (26, 50) \rightarrow 1
 (27, 51) \rightarrow 1
 (28, 52) \rightarrow 1
 (29, 53) \rightarrow 1
 (30, 54) \rightarrow 1
 (25, 55) \rightarrow -1

(26, 56) \rightarrow -1
 (26, 57) \rightarrow 4
 (27, 57) \rightarrow -1
 (25, 58) \rightarrow 0.0043478
 (28, 58) \rightarrow 1
 (26, 59) \rightarrow -2.6667
 (27, 59) \rightarrow 2

(29, 59) \rightarrow 1
 (30, 59) \rightarrow 4
 (26, 60) \rightarrow -2
 (27, 60) \rightarrow 1
 (30, 60) \rightarrow 1

Täis



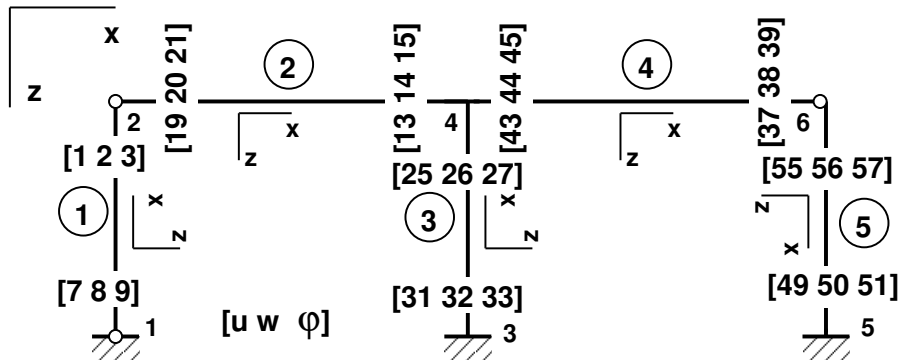
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Varraste siirete pidevus



Joonis 7. Raami siirete pidevus

Sõlmes 2 on varraste 1 ja 2 siirded pidevad.

$$\begin{matrix} 31 \\ 32 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1.0 \\ -1.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{19} \\ Z_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Täis

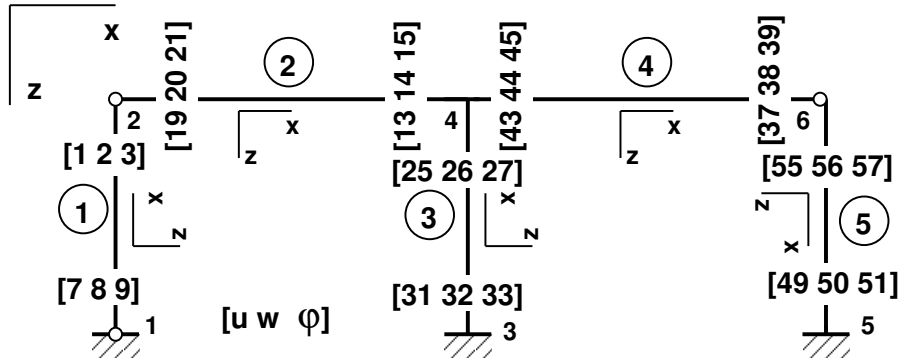


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 8. Raami siirete pidevus

Sõlmes 4 on varraste 2 ja 3 siirded pidevad (! Jälgi trasitiivsust).

$$\begin{matrix} 33 \\ 34 \\ 35 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{13} \\ Z_{14} \\ Z_{15} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1.0 & 0 \\ -1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{25} \\ Z_{26} \\ Z_{27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Sõlmes 4 on varraste 3 ja 4 siirded pidevad (! Jälgi trasitiivsust).

Täis

⏪

⏩

◀

▶

Tagasi

Edasi

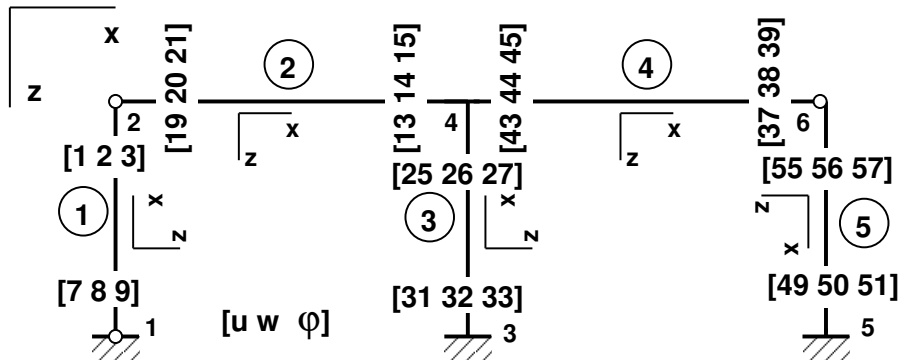
Sulge

Lõpeta

Sõlmes 4 on varraste 3 ja 4 siirded pidevad (! Jälgi trasitiivsust).

$$\begin{matrix} 36 \\ 37 \\ 38 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1.0 & 0 \\ -1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{25} \\ Z_{26} \\ Z_{27} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{43} \\ Z_{44} \\ Z_{45} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Sõlmes 6 on varraste 4 ja 5 siirded pidevad.



Joonis 9. Raami siirete pidevus

$$\begin{matrix} 39 \\ 40 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{37} \\ Z_{38} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -1.0 \\ 1.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{55} \\ Z_{56} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Võrrandid (17), (18), (19), (20) paigutame tasakaaluvõrranditesse (29) alates reast 31. Tundmatute Z_i kordajateks on varda j teisendusmaatriks $spTj$ kordajad. Siin teisendusmaatriks $spTj$ on hõreda maatriksina. Teisendusmaatriksi $spTjm$ kordajad on korutatud läbi -1-ga.

Arvutiprogrammis kasutame selleks GNU Octave funktsiooni `spInsertBtoA.m`

```

=====
%Siirete pidevuse võrrandid 31-40   % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spInsertBtoA(spA,31,1,spT12);   spA=spInsertBtoA(spA,31,19,spT22m);
spA=spInsertBtoA(spA,33,13,spT2);   spA=spInsertBtoA(spA,33,25,spT3m);
spA=spInsertBtoA(spA,36,25,spT3);   spA=spInsertBtoA(spA,36,43,spT4m);
spA=spInsertBtoA(spA,39,37,spT42);  spA=spInsertBtoA(spA,39,55,spT52m);

```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükk on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 40, cols = 56, nnz = 20)

(32, 1) -> -1	(34, 25) -> 1	(40, 38) -> 1
(31, 2) -> 1	(37, 25) -> -1	(36, 43) -> -1
(33, 13) -> 1	(33, 26) -> -1	(37, 44) -> -1
(34, 14) -> 1	(36, 26) -> 1	(38, 45) -> -1
(35, 15) -> 1	(35, 27) -> -1	(40, 55) -> -1
(31, 19) -> -1	(38, 27) -> 1	(39, 56) -> 1
(32, 20) -> -1	(39, 37) -> 1	



Täis



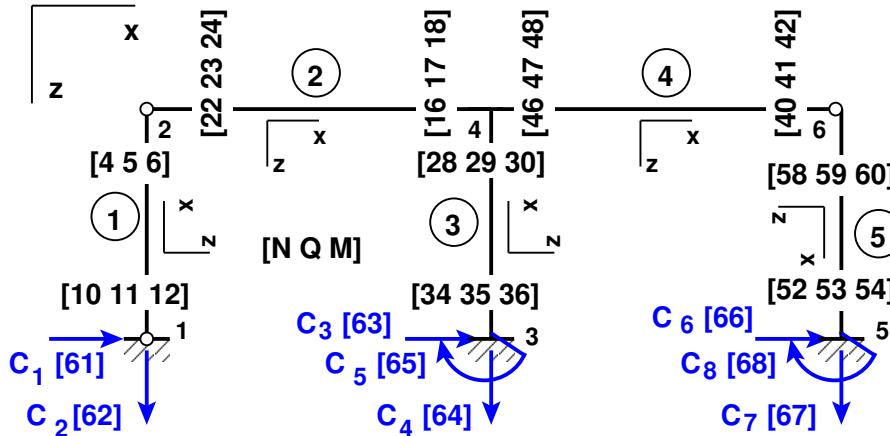
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami sõlmede tasakaal



Joonis 10. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 2 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 41 \\ 42 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1.0 \\ -1.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_4 \\ Z_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{22} \\ Z_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Täis

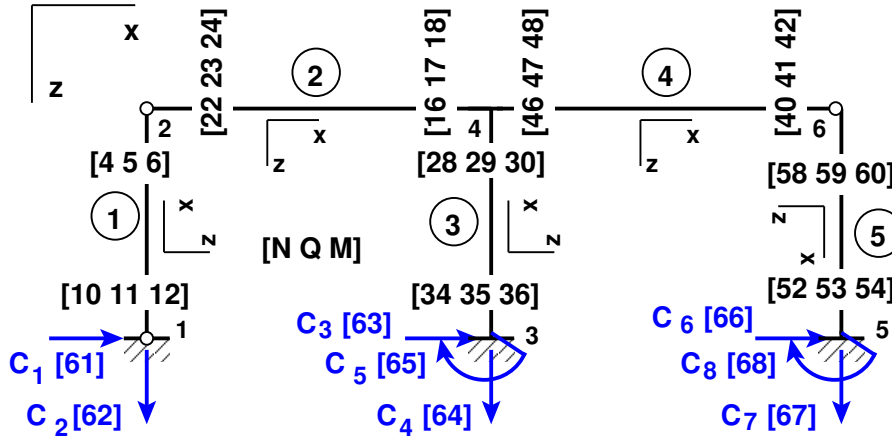


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 11. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 4 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 43 \\ 44 \\ 45 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{16} \\ Z_{17} \\ Z_{18} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1.0 & 0 \\ -1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{28} \\ Z_{29} \\ Z_{30} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{46} \\ Z_{47} \\ Z_{48} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Täis

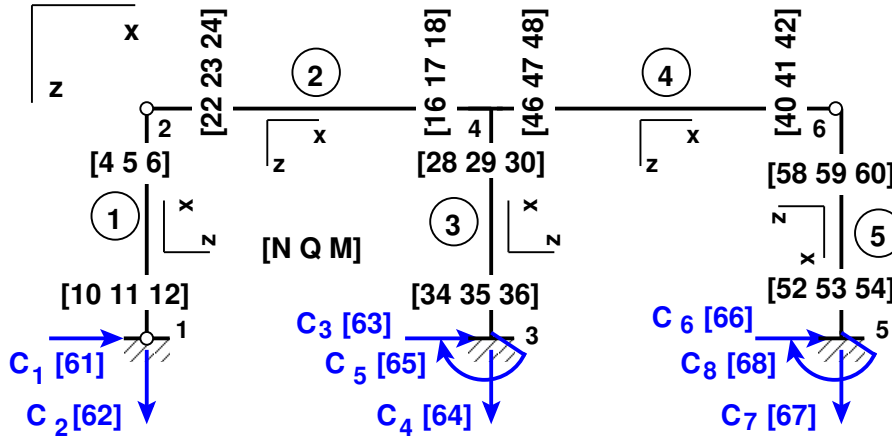


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta



Joonis 12. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 6 on tasakaalus

$$\begin{matrix} 46 \\ 47 \end{matrix} \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{40} \\ Z_{41} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1.0 \\ 1.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{58} \\ Z_{59} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Täis

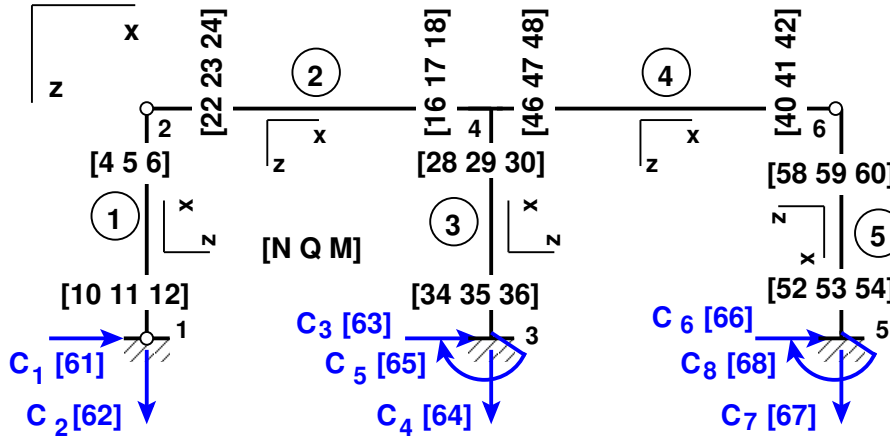


Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

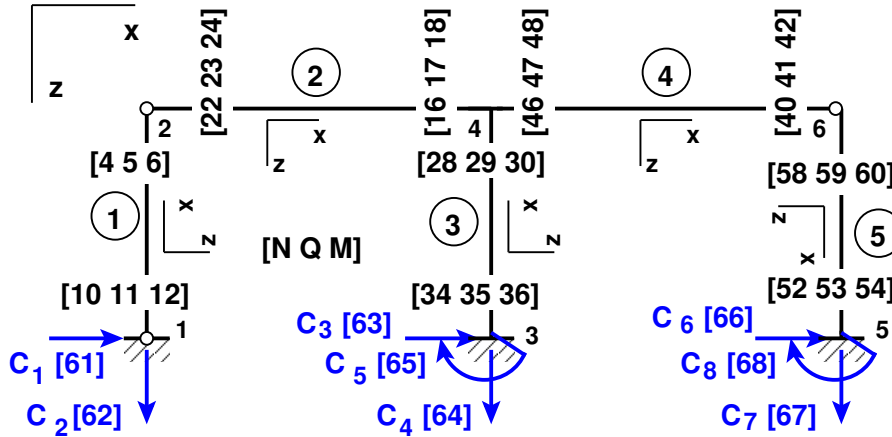


Joonis 13. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 1 on tasakaalus (toereaktsioonid $C_1 \equiv Z_{61}$, $C_2 \equiv Z_{62}$)

$$\begin{matrix} 48 \\ 49 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1.0 \\ -1.0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{10} \\ Z_{11} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{61} \\ Z_{62} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

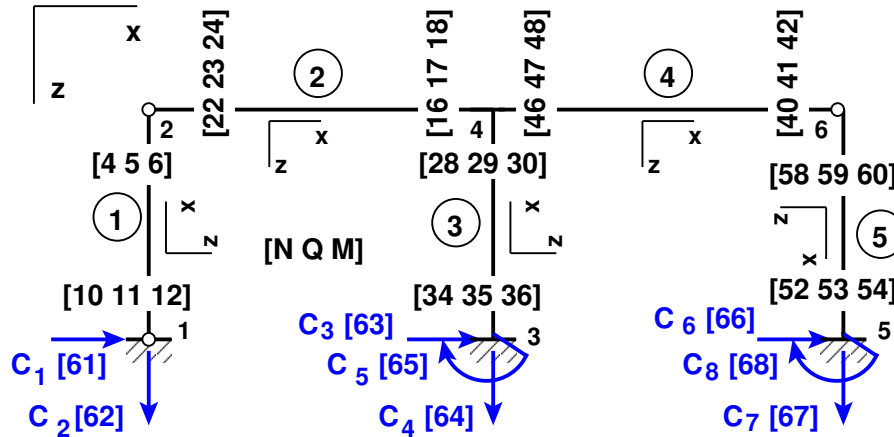
Võrrandisüsteemi siirete ja kontaktjõudude leidmiseks (29) võib koostada ilma toesõlmede tasakaaluvõrranditeta (24). Avaldis (24) toob toereaktsioonid eraldi välja. Toereaktsioone näeme varda 1 alguses olevate kontaktjõudude Z_{10} , Z_{11} abil.



Joonis 14. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 3 on tasakaalus (toereaktsioonid $C_3 \equiv Z_{63}$, $C_4 \equiv Z_{64}$, $C_5 \equiv Z_{65}$)

$$\begin{matrix} 50 \\ 51 \\ 52 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 1.0 & 0 \\ -1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{34} \\ Z_{35} \\ Z_{36} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{63} \\ Z_{64} \\ Z_{65} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$



Joonis 15. Raami sõlmede tasakaal

Sõlm 5 on tasakaalus (toereaktsioonid $C_6 \equiv Z_{66}$, $C_7 \equiv Z_{67}$, $C_8 \equiv Z_{68}$)

$$\begin{matrix} 53 \\ 54 \\ 55 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & -1.0 & 0 \\ 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{52} \\ Z_{53} \\ Z_{54} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{66} \\ Z_{67} \\ Z_{68} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame tasakaaluvõrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spInsertBtoA.m



30/44

```
=====
%Sõlmede tasakaaluvõrrandid 41-47
=====
spA=spInsertBtoA(spA,41,4,spT12);   spA=spInsertBtoA(spA,41,22,spT22);
B(41:42,1)=s2F(1:2,1);             % sõlme 2 koormus
spA=spInsertBtoA(spA,43,16,spT2);   spA=spInsertBtoA(spA,43,28,spT3);
spA=spInsertBtoA(spA,43,46,spT4);   % siin oli kolm varrast
B(43:45,1)=s4F(1:3,1);             % sõlme 4 koormus
spA=spInsertBtoA(spA,46,40,spT42);  spA=spInsertBtoA(spA,46,58,spT52);
B(46:47,1)=s6F(1:2,1);             % sõlme 6 koormus
spA=spInsertBtoA(spA,48,10,spT12);  spA=spInsertBtoA(spA,48,61,spTy2m);
B(48:49,1)=0.0;                    % sõlme 1 koormus
spA=spInsertBtoA(spA,50,34,spT3);   spA=spInsertBtoA(spA,50,63,spTym);
B(50:52,1)=0.0;                    % sõlme 3 koormus
spA=spInsertBtoA(spA,53,52,spT5);   spA=spInsertBtoA(spA,53,66,spTym);
B(53:55,1)=0.0;                    % sõlme 5 koormus
```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükk on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 55, cols = 68, nnz = 33)

(42, 4) -> -1	(51, 34) -> -1	(46, 59) -> -1
(41, 5) -> 1	(50, 35) -> 1	(48, 61) -> -1
(49, 10) -> -1	(52, 36) -> 1	(49, 62) -> -1
(48, 11) -> 1	(46, 40) -> 1	(50, 63) -> -1
(43, 16) -> 1	(47, 41) -> 1	(51, 64) -> -1
(44, 17) -> 1	(43, 46) -> 1	(52, 65) -> -1
(45, 18) -> 1	(44, 47) -> 1	(53, 66) -> -1
(41, 22) -> 1	(45, 48) -> 1	(54, 67) -> -1
(42, 23) -> 1	(54, 52) -> 1	(55, 68) -> -1
(44, 28) -> -1	(53, 53) -> -1	
(43, 29) -> 1	(55, 54) -> 1	
(45, 30) -> 1	(47, 58) -> 1	



Täis



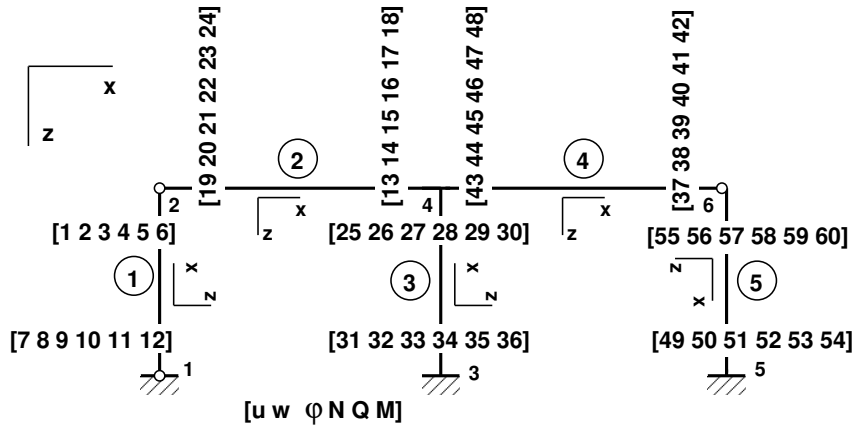
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

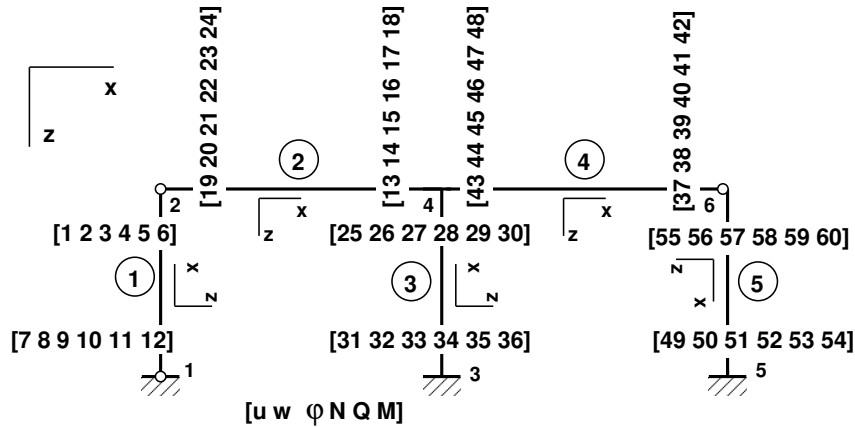
Raami kõrval- ja toetingimused



Joonis 16. Raami kõrvaltingimused

Kõrvaltingimused (momendiliigendid varraste 1, 2, 4 ja 5 otstes). Varda 1 algul oleva momendiliigendi Z_{12} kirjutame toetingimustesse.

$$\begin{matrix} 56 \\ 57 \\ 58 \\ 59 \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_6 \\ Z_{24} \\ Z_{42} \\ Z_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$



Joonis 17. Raami toetingimused

Toetingimused (varraste 1, 3 algul ja varda 5 lõpus).

$$\begin{array}{l}
 60 \\
 61 \\
 62 \\
 63 \\
 64
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 Z_7 \\
 Z_8 \\
 Z_{12} \\
 Z_{31} \\
 Z_{32}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix},
 \quad
 \begin{array}{l}
 65 \\
 66 \\
 67 \\
 68
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 Z_{33} \\
 Z_{49} \\
 Z_{50} \\
 Z_{51}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (28)$$

Tundmatuid ja võrrandeid on 68.

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Arvutiprogrammis kasutame võrrandite sisestamiseks GNU Octave funktsiooni spSisestaArv.m



```
=====
% Kõrvaltingimused 56-59                % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spSisestaArv(spA,56,6,1);           % kõrvaltingimus
B(56,1)=0.0;                            % M6=0
spA=spSisestaArv(spA,57,24,1);         % kõrvaltingimus
B(57,1)=0.0;                            % M24=0
spA=spSisestaArv(spA,58,42,1);         % kõrvaltingimus
B(58,1)=0.0;                            % M42=0
spA=spSisestaArv(spA,59,60,1);         % kõrvaltingimus
B(59,1)=0.0;                            % M60=0
=====
% Toereaktsioonid 60-68                % vabaliikmete vektor on nullitud
=====
spA=spSisestaArv(spA,60,12,1);          % kõrvaltingimus
B(60,1)=0.0;                            % M60=0
spA=spSisestaArv(spA,61,7,1);           % toesõlm 1
spA=spSisestaArv(spA,62,8,1);
spA=spSisestaArv(spA,63,31,1);          % toesõlm 3
spA=spSisestaArv(spA,64,32,1);          spA=spSisestaArv(spA,65,33,1);
spA=spSisestaArv(spA,66,49,1);          % toesõlm 5
spA=spSisestaArv(spA,67,50,1);          spA=spSisestaArv(spA,68,51,1);
B(61:68,1)=0.0;
```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeteta

Konstruksiooni tasakaaluvõrrandite väljatrükk on need kordajad järgmised:

spA =

Compressed Column Sparse (rows = 68, cols = 60, nnz = 13)

(56, 6) -> 1	(65, 33) -> 1
(61, 7) -> 1	(58, 42) -> 1
(62, 8) -> 1	(66, 49) -> 1
(60, 12) -> 1	(67, 50) -> 1
(57, 24) -> 1	(68, 51) -> 1
(63, 31) -> 1	(59, 60) -> 1
(64, 32) -> 1	

Hõreda võrrandisüsteemi (29)

$$\mathbf{spA} * \mathbf{Z} = \mathbf{B} \quad (29)$$

lahendame GNU Octavega järgmise käsuga:

```
Z=spA\B;    % Võrrandisüsteemi spA*Z=B lahend
```

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami toereaktsioonid:

61	0.000e+00	65	1.162e+01
62	-2.030e+01	66	3.327e-02
63	-1.003e+01	67	2.281e+00
64	-2.998e+01	68	-1.331e-01



36/44

Varraste alguses olevad siirded jagame baasjäikusega i_o
 Varraste algparameetrid on järgmised:

=====

Algparameetrid skaleerimata

Varda Nr	u	w	fi	N	Q	M
1	0.000e+00	0.000e+00	1.189e-02	22.670	12.850	0.000
2	-4.721e-02	-7.343e-03	1.815e-03	16.182	-20.426	71.959
3	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00	-4.870	27.275	-102.642
4	-4.721e-02	7.343e-03	2.513e-03	39.371	-7.946	46.197
5	-2.192e-15	4.778e-02	2.340e-04	-1.800	-40.125	-26.181

Siirded ja sisejõud ristlõikes leiame avaldisega (30)

$$\mathbf{Z}_x = \mathbf{U}\mathbf{Z}_A + \overset{\circ}{\mathbf{Z}} \quad (30)$$

kus \mathbf{Z}_x on siirded ja kontaktjõud ristlõikes x, \mathbf{Z}_A – algparameetrid.

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Väljavõtte programmist siirete ja sisejõudude arvutamiseks.

```
mitmeks=4;
for i=1:NEARV
    krda=i;
    vF=zeros(6,12);
    EI=selem(i,13); % topoloogilisest kirjeldusest
    EA=selem(i,14); % " "
    GAr=selem(i,15); % " "
    Li=lvarras(i,1);
    qx=qxZ(i,1);
    qz=qzZ(i,1);
    aLx=aLXx(i,1);
    Fz=FZz(i,1);
    Fx=FZx(i,1);
    xsamm=Li/mitmeks; % varda neljandikel sisejõud
    xx=0;
    AP=AlgPar(i,:)'; % Algparameetrid
    for ij=1:mitmeks+1 % 5 - sisejõud ka varda algul xx=0
        vvF=yflhlin(1.0,xx,EA,GAr,EI);
        vvB=yzhqz(1.0,xx,qx,qz,EA,EI);
        vvFz=yzfvz(1.0,xx,aLx,Fx,Fz,EA,EI);
        Fvv(:,ij)=vvF*AP+vvB+vvFz;
        xx=xx+xsamm;
    endfor
    %% Jät kub tulemuste väljatrükk %%
```



```

VardaNr=i;
    disp(sprintf('%15s %2i %17s %8.5f %28s', 'Sisejõud vardas',VardaNr,'
    varda pikkus on',Li,' varras on jaotatud neljaks'))
    %
for i=1:3
    disp(sprintf('%14s %9.5e    %9.5e    %9.5e    %9.5e    %9.5e',suurused(i,:),
    Fvv(i,1),    Fvv(i,2),    Fvv(i,3),    Fvv(i,4),    Fvv(i,5)))
endfor
    %
for i=4:6
    disp(sprintf('%14s %9.5f    %9.5f    %9.5f    %9.5f    %9.5f',suurused(i,:),
    Fvv(i,1),    Fvv(i,2),    Fvv(i,3),    Fvv(i,4),    Fvv(i,5)))
endfor
    %disp('-----')
endfor

```

Täis



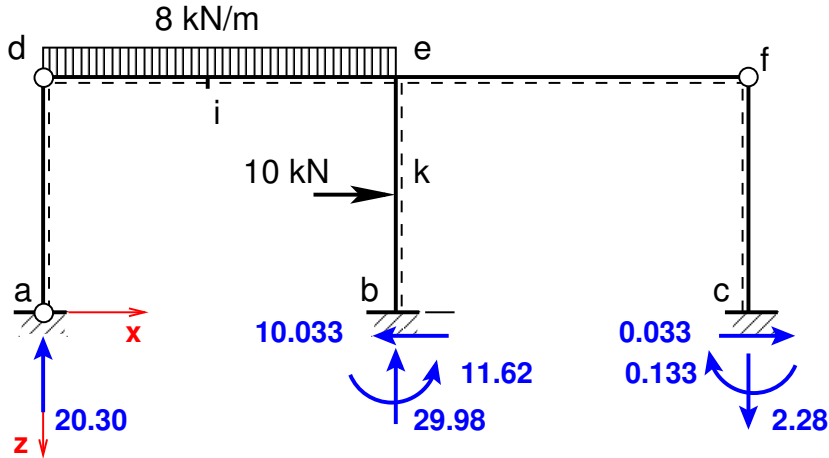
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami staatikaline kontroll



Joonis 18. Raami staatikaline kontroll

$$\begin{aligned} \Sigma X &= 0; & 10.0 - 10.033 + 0.033 &= 0 \\ \Sigma Z &= 0; & 8.0 * 6.0 - 20.30 - 29.98 + 2.28 &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_a &= 0; & -8.0 * 6.0 * 3.0 - 10.0 * 2.0 + 29.98 * 6.0 + \\ & & + 11.62 - 2.28 * 12.0 - 0.133 &= 0.007 [kNm] \approx 0 \end{aligned} \quad (32)$$

Täis



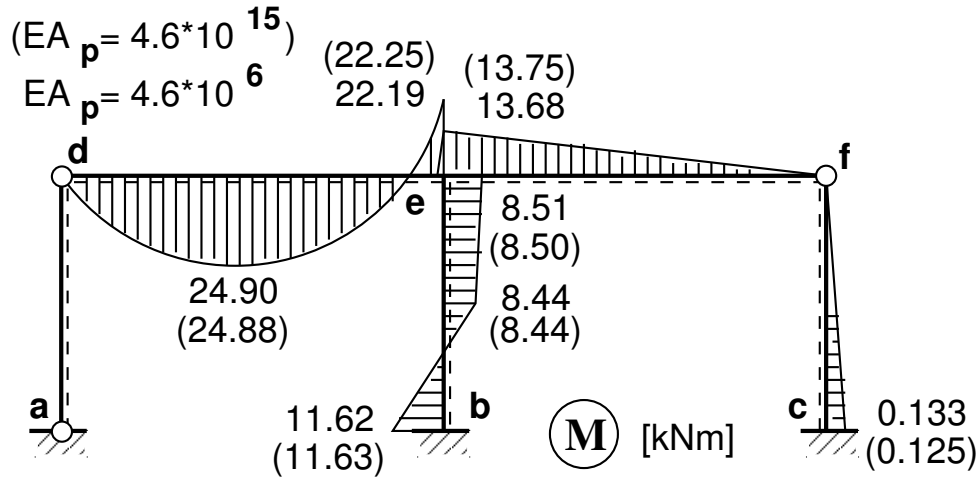
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami paindemomendi epüür



Joonis 19. Raami paindemoment M

Täis



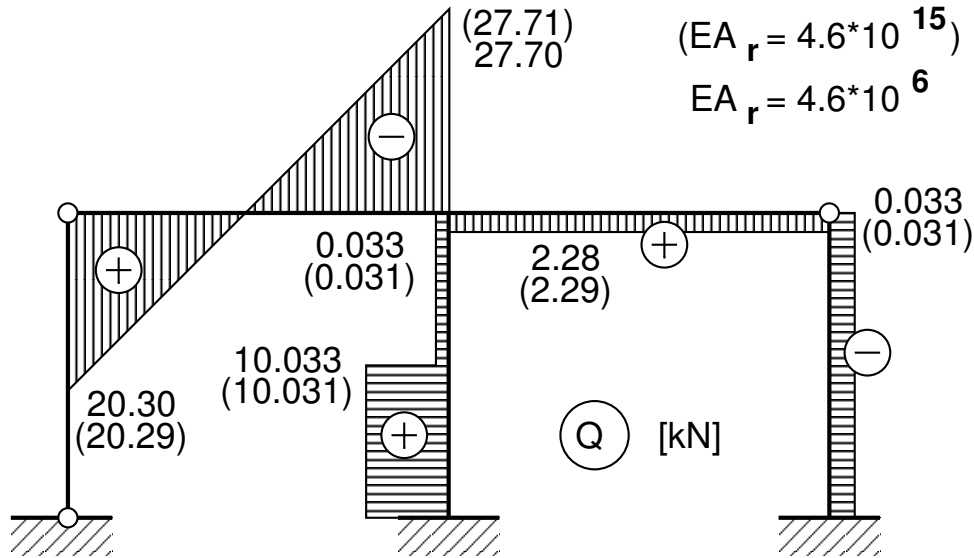
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami põikjõu epüür



Joonis 20. Raami põikjõud Q

Täis



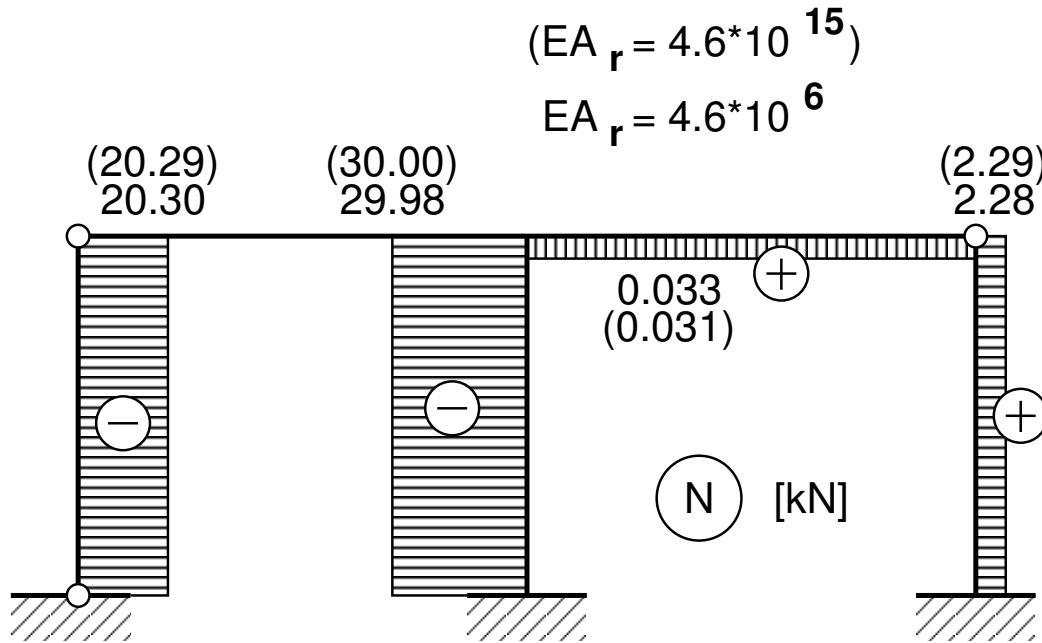
Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Raami normaaljõu epüür



Joonis 21. Raami normaaljõud N

Täis



Tagasi

Edasi

Sulge

Lõpeta

Viited

1. EST meetod:

A. Lahe. The transfer matrix and the boundary element method, Proc. Estonian Acad. Sci. Engng., 1997, 3, 1. p. 3–12. ¹

2. Raami arvutamise programm EST meetodiga:

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spRaamESTR.m>

Kasutatav funktsioone:

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/ysplvfmhVI.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/yzhqz.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/yzfzv.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spInsertBtoA.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/spSisestaArv.m>

¹http://books.google.ee/books?id=ghco7svk5T4C&pg=PA3&lpg=PA3&dq=Andres+Lahe&source=bl&ots=3SFfo4UCES&sig=_XLUez-SfW2FVYGRx8v2LVm16V8&hl=et&ei=YQaFTMeIEoWc00yCyNwP&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=5&ved=OCBOQ6AEwBDgK#v=onepage&q=Andres%20Lahe&f=false

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/yfhlIn.m>

<http://staff.ttu.ee/~alahe/konspekt/myCD/octaveProgrammID/InsertBtoA.m>

3. <http://et.wikipedia.org/wiki/Transitiivsus>